

14^{ème} ECOLE DE PRINTEMPS
de Mécanique des Fluides Numérique



Porquerolles, du 31 mai au 6 juin 2015

Modélisation des écoulements diphasiques dans les systèmes propulsifs aéronautiques

Jean-Luc Estivalezes

ONERA

École organisée à l'initiative du Réseau MFN
avec le soutien de la formation permanente du CNRS

Comité d'Organisation

B. Daly, N. Grenier, W. Herreman, L. Mathelin, B. Podvin,
V. Ronflé, A. Sergent et C. Tenaud



Modélisation des écoulements diphasiques dans les systèmes propulsifs aéronautiques

Jean-Luc Estivalezes



r e t o u r s u r i n n o v a t i o n

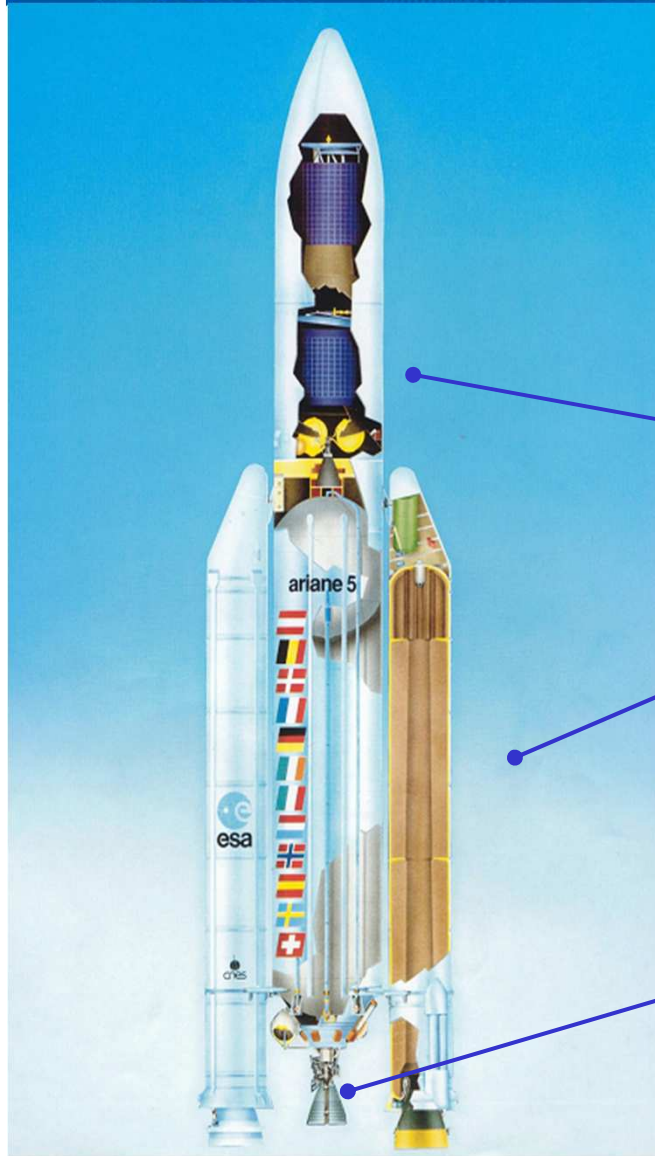


Chapter I: Quelques exemples de systèmes propulsifs aéronautiques et spatiaux



r e t o u r s u r i n n o v a t i o n

Propulsion spatiale i)



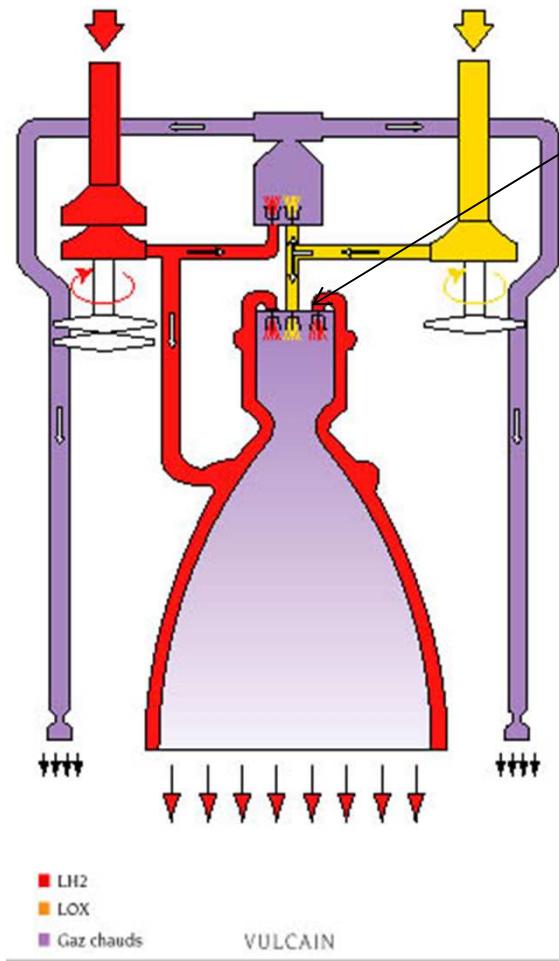
Moteur bi-liquide

Moteur à propulsion solide

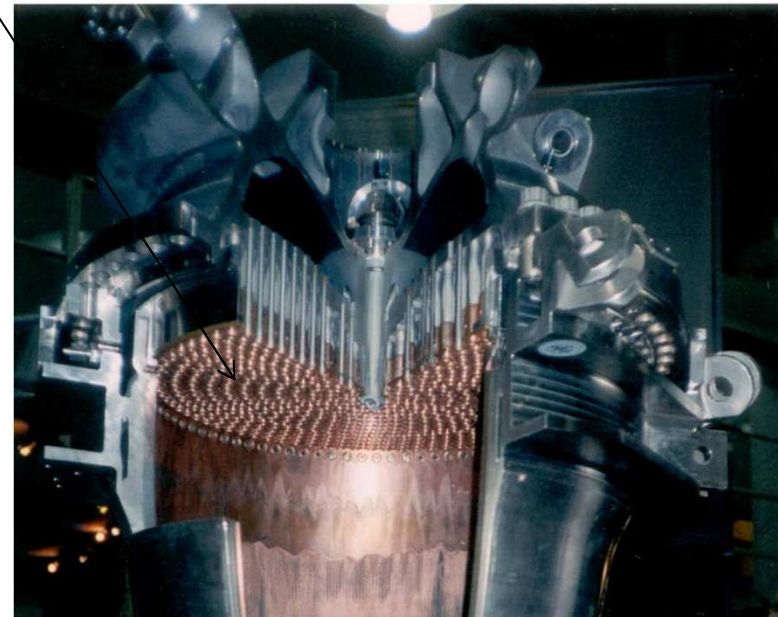
Moteur cryogenique

Propulsion spatiale ii)

Moteur cryogénique Vulcain ARIANE 5

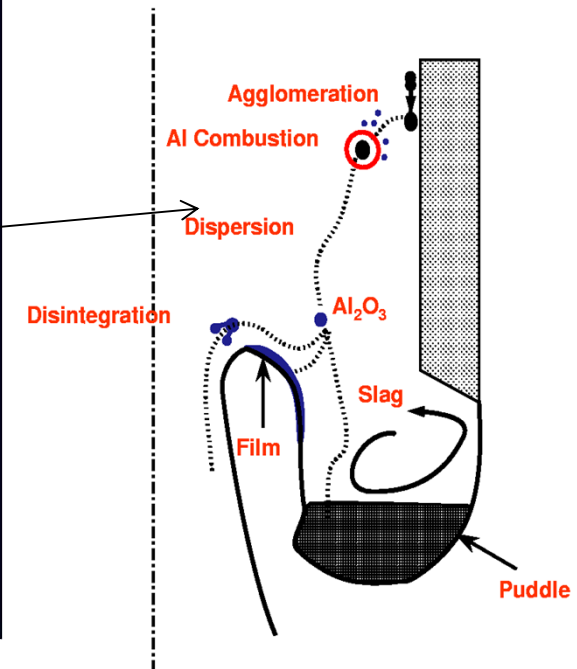
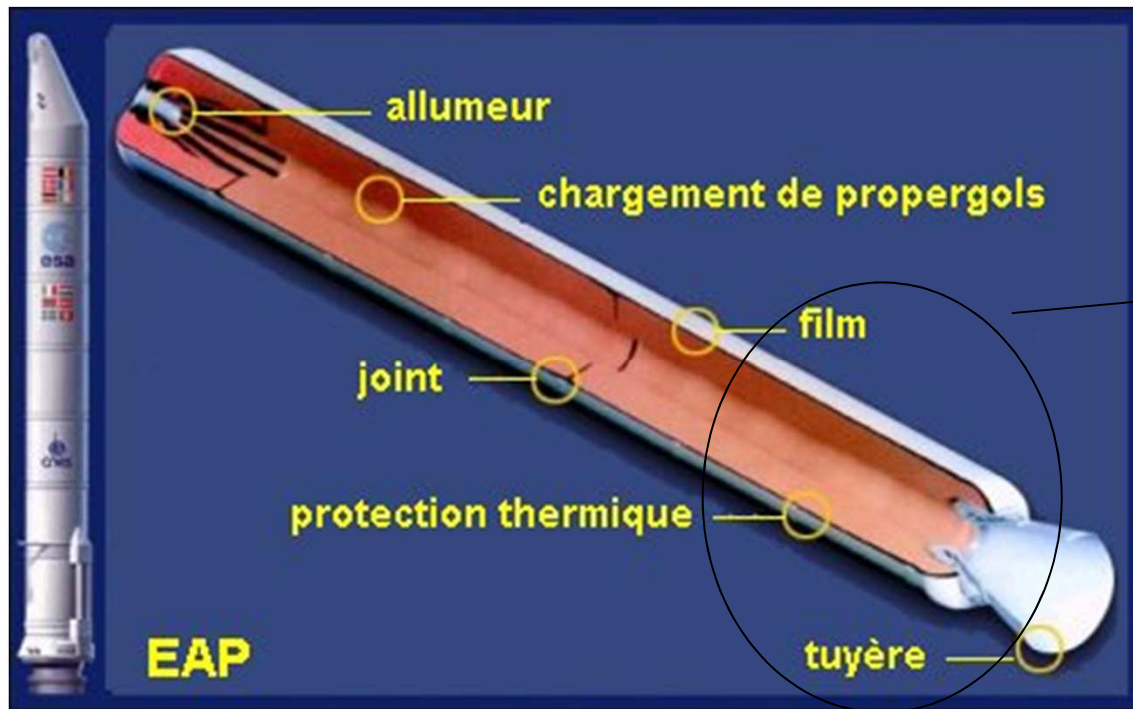


Système d'injection LOX, H₂

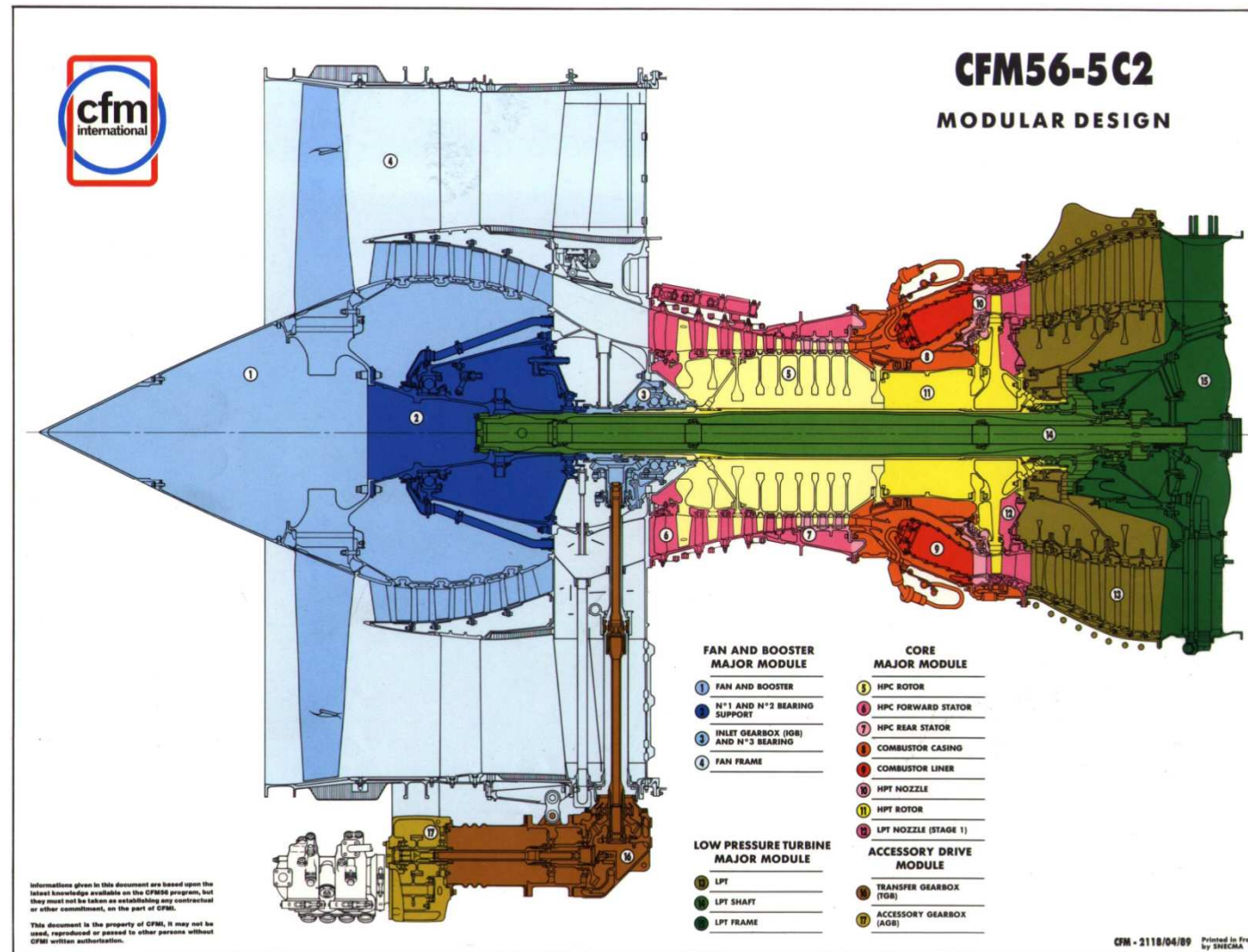


Propulsion spatiale iii)

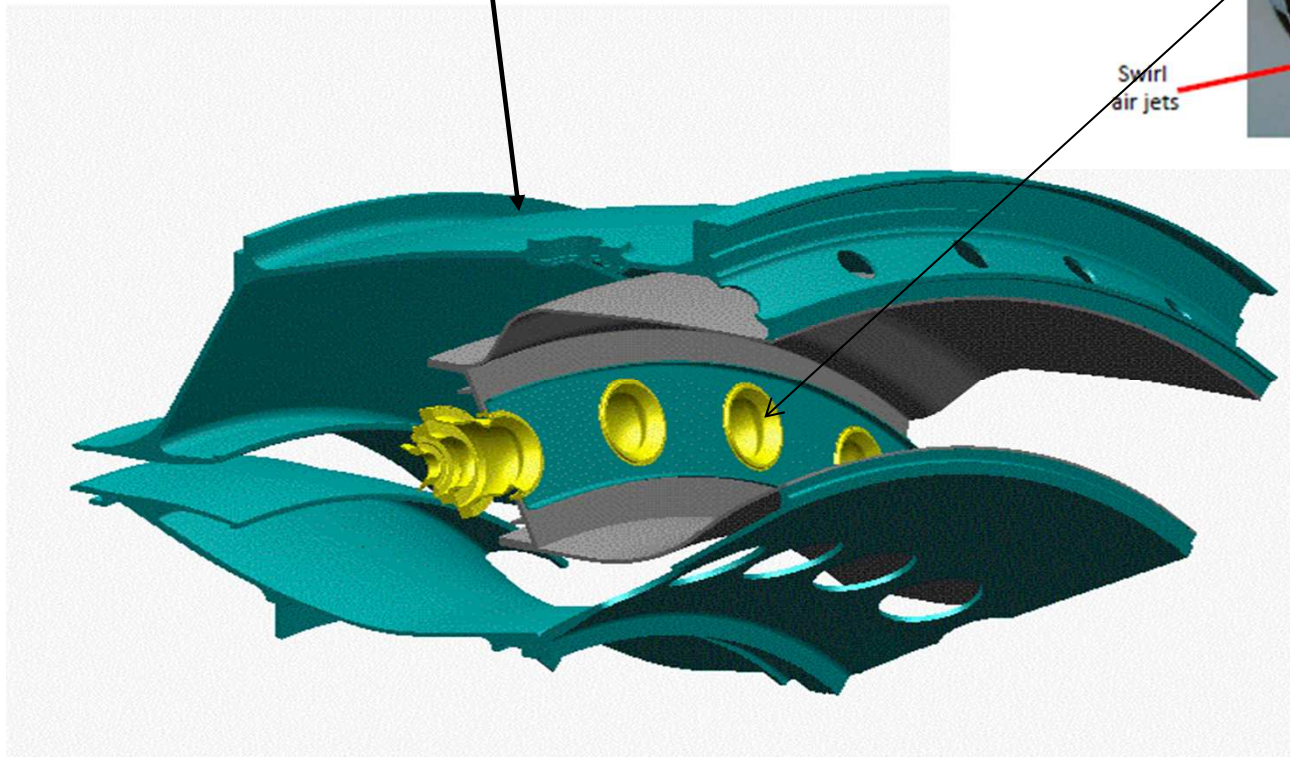
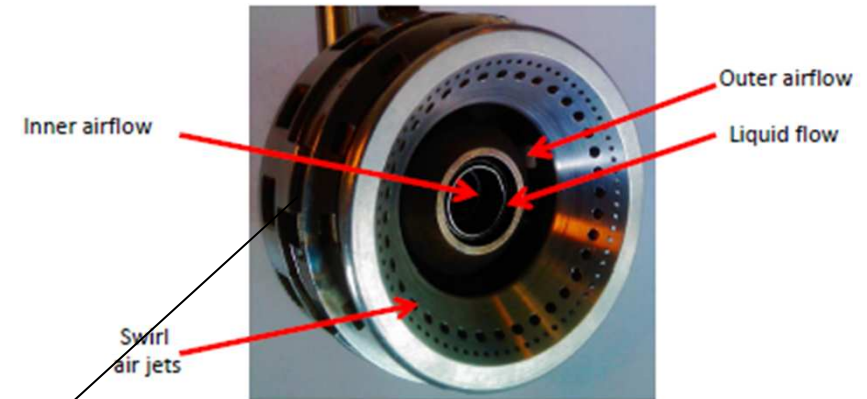
Moteur à propulsion solide: EAP ARIANE 5



Propulsion aérobic i)

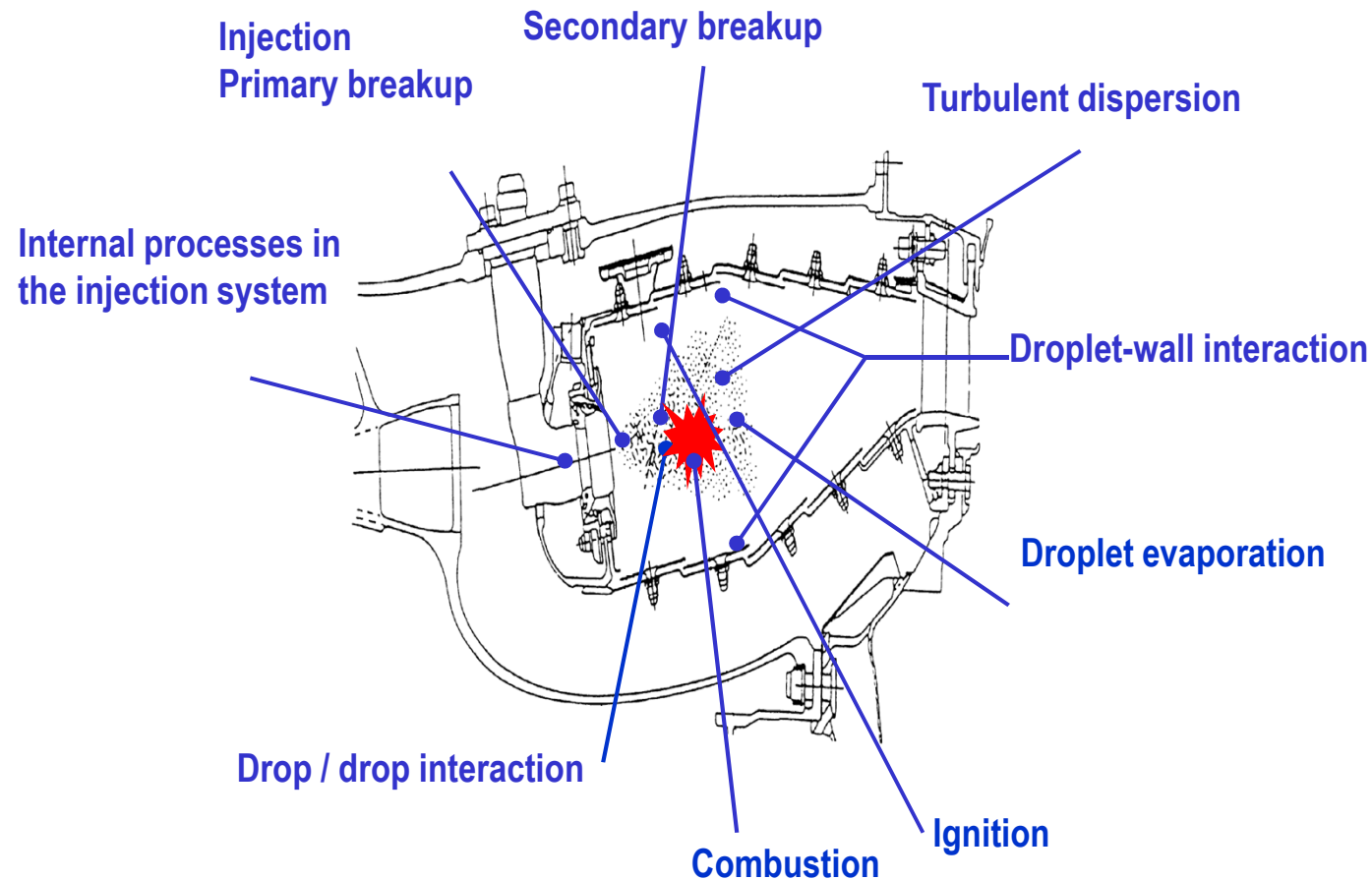


Propulsion aérobique ii)



Secteur d'une chambre de combustion aérobique

Phénomènes physiques dans une chambre de combustion aérobique

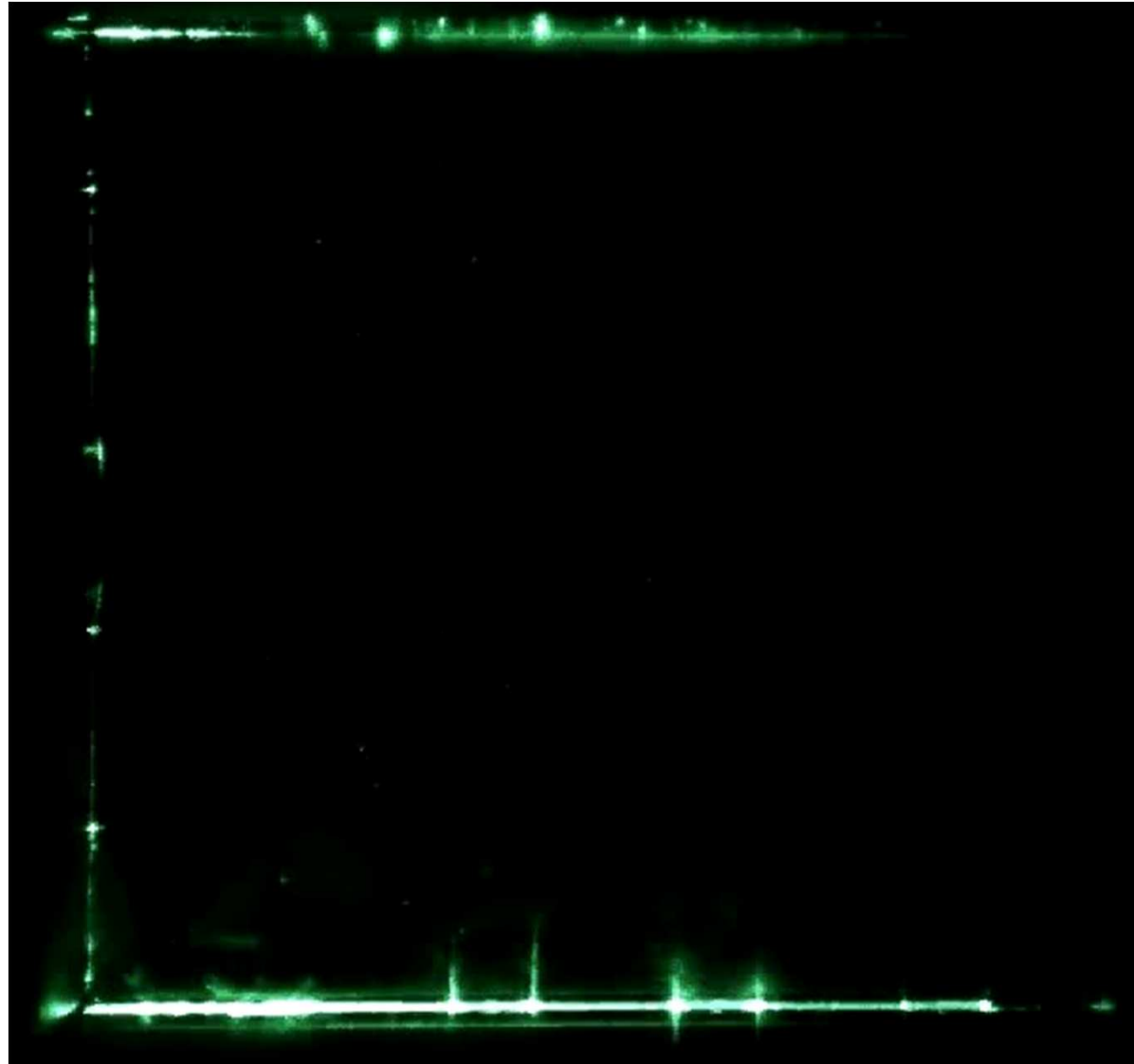


Main Physical phenomena related to the liquid phase in turbojet combustion chambers

Résumé

- Propulsion solide:
 - Combustion proche de la surface du propergol
 - Evolution de la phase dispersée (Al_2O_3) dans la chambre: dispersion turbulente, collision coalescence, fragmentation, interaction avec les parois
- Propulsion liquide ou aérobie:
 - **Atomisation primaire de la phase liquide** (assistée ou pas)
 - Production de la phase dispersée
 - Evolution de la phase dispersée: dispersion turbulente, collision coalescence, fragmentation, interaction avec les parois, combustion

Visualisation of the two phase flow during the ignition phase (Mercato Bench – ONERA)





Chapter II: Modélisation de l'atomisation primaire de carburant



r e t o u r s u r i n n o v a t i o n

Assisted atomization : canonical experiments



Plane sheared liquid sheet (ONERA/DMAE)

- aircraft engine
- $U_g=30$ m/s, $U_l=1$ m/s
- Air-Water at ambient pressure

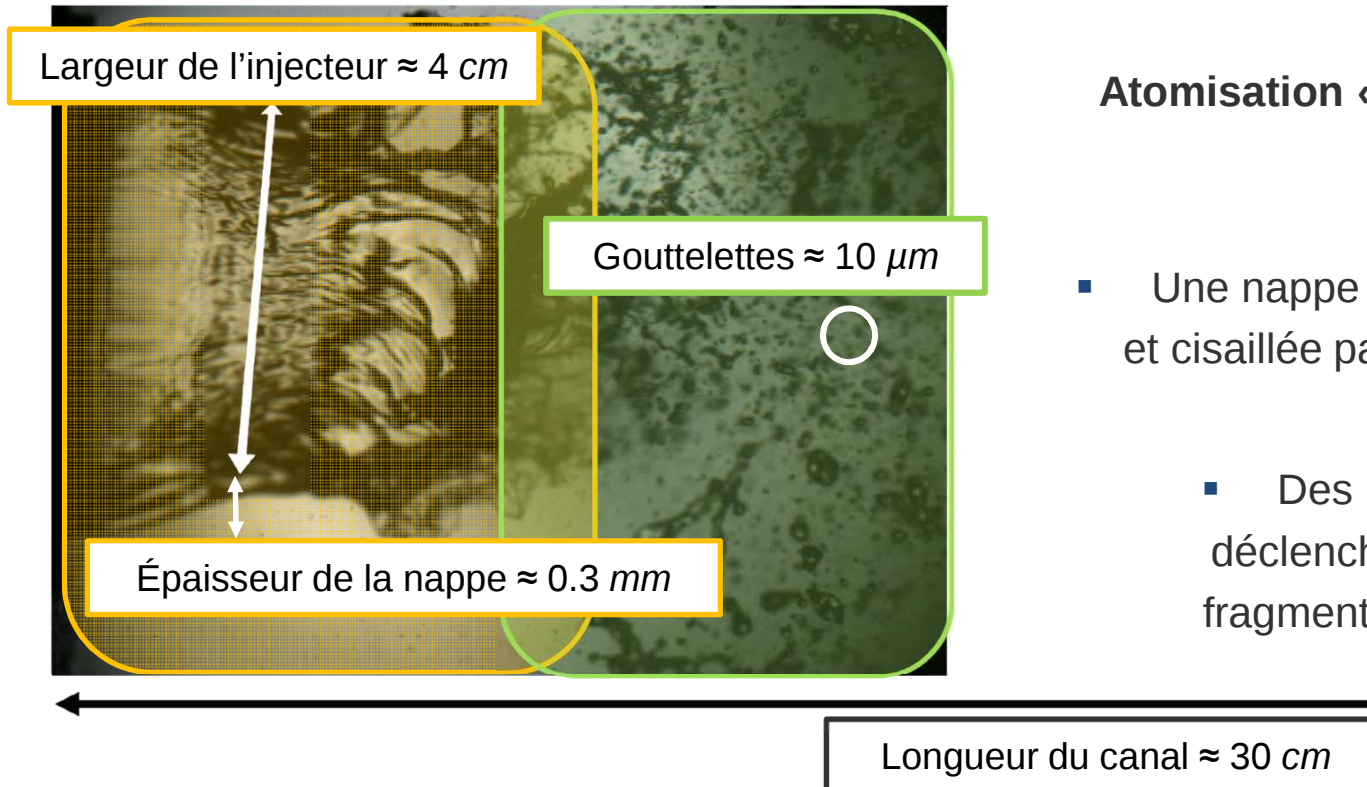
Round sheared liquid jet (LEGI)

- launcher engine
- $U_g=22$ m/s $U_l=0.2$ m/s
- Air-Water at ambient pressure



Contexte général

Atomisation assistée: un problème multi-échelle



Atomisation « air-blast » (assistée) d'une nappe plane

- Une nappe liquide fine est injectée et cisailée par deux courants gazeux à haute vitesse
 - Des instabilités diphasiques déclenchées par le cisaillement fragmentent progressivement la nappe

Problèmes

- Multi-échelle $\sim 10^4$
- Rapport de densité $\sim 10^3$
- Cisaillement gaz-liquide $\sim 10\text{-}100\text{ m.s}^{-1}$

Comment pouvons-nous simuler ce phénomène complexe avec les outils numériques d'aujourd'hui?

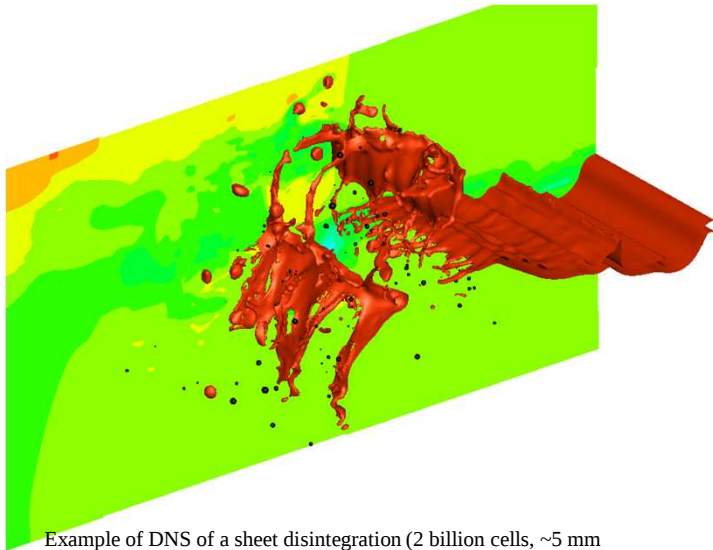
Contexte général

Objectifs

- Comprendre les phénomènes physiques propres à l'atomisation
- Aller vers des simulations prédictives d'une chambre de combustion complète, de l'atomisation jusqu'à la combustion

Approche DNS:

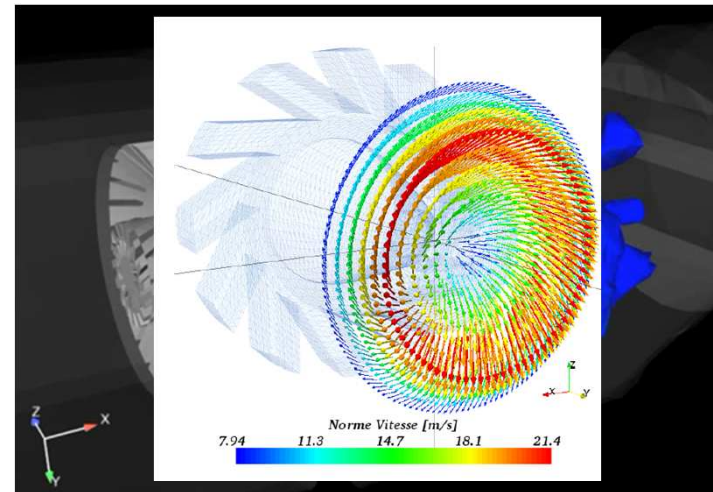
Outil orienté à la compréhension



Example of DNS of a sheet disintegration (2 billion cells, ~5 mm domain), D. Zuzio, ONERA, 2013

Approche LES (industrielle) :

Vers la simulation complète du foyer



Reactive two phase LES simulation of a TLC burner,
Luc-Henry Dorey PhD Thesis, ONERA, 2011

Maillages nécessaires excessifs pour les calculateurs d'aujourd'hui

L'atomisation n'est pas prise en compte. Le spray est directement injecté dans le foyer

Contexte général

Approche multi-échelle

DNS

- Résoudre l'atomisation jusqu'à la formation des gouttelettes
- Traitement optimisé (suivi Lagrangien) pour chaque goutte

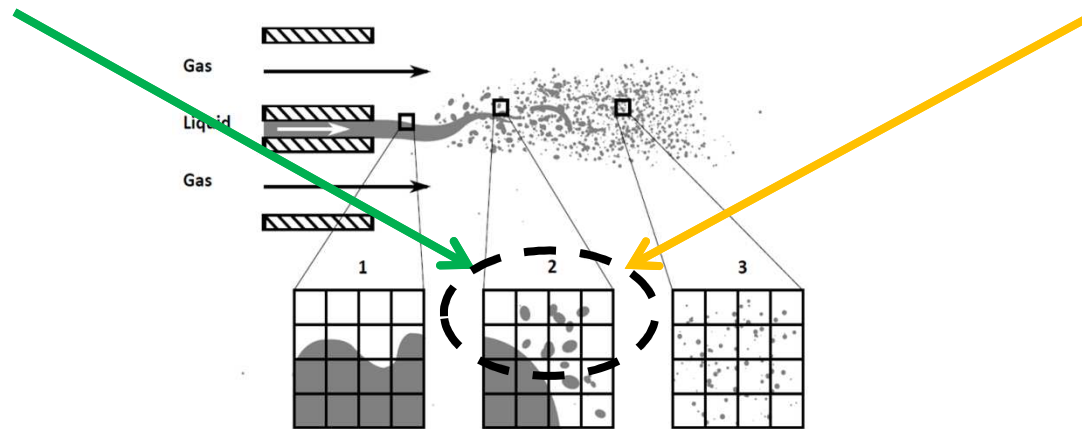
LSS (Large Scale Simulation)

- Couplage d'un modèle multi-fluide pour les grandes échelles de l'atomisation et un modèle de spray
- Prise en compte de l'atomisation pour la génération du spray

Résolution de la génération des gouttes (10 cellules par goutte)

Données,
modèles

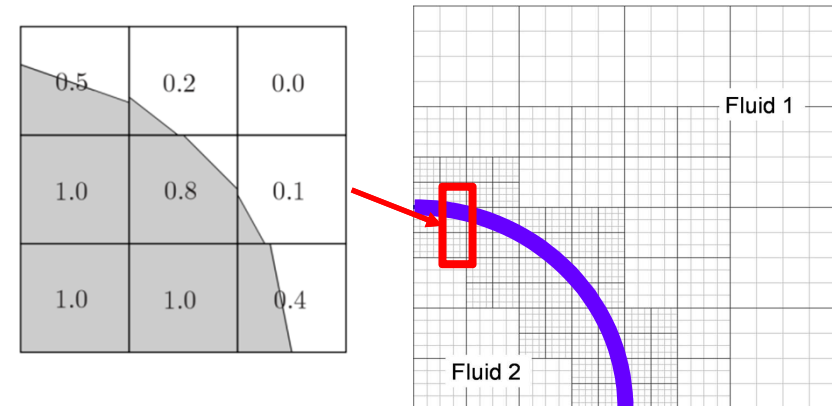
Modélisation (sous-maille) de la génération des gouttes (n gouttes par parcell)



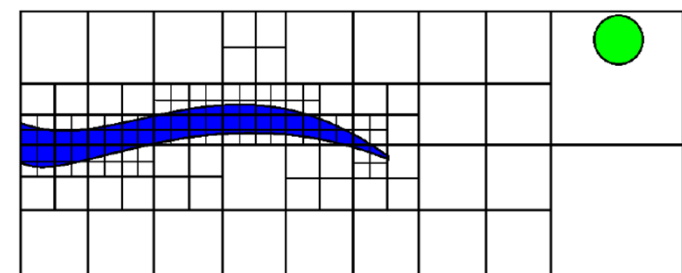
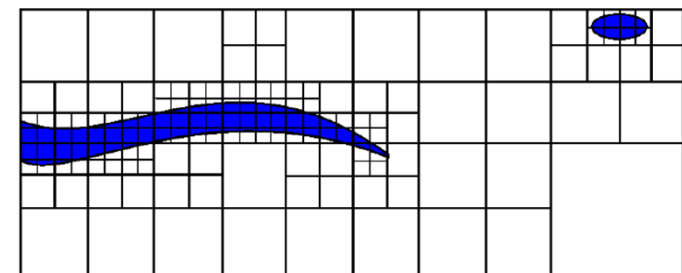
Approche DNS

Outils numériques

- Méthode couplée LS/VOFGhost-Fluid
 - Robustesse, conservation de la masse
- Raffinement adaptatif du maillage
 - Raffinement par « oct-tree » centré sur l'interface

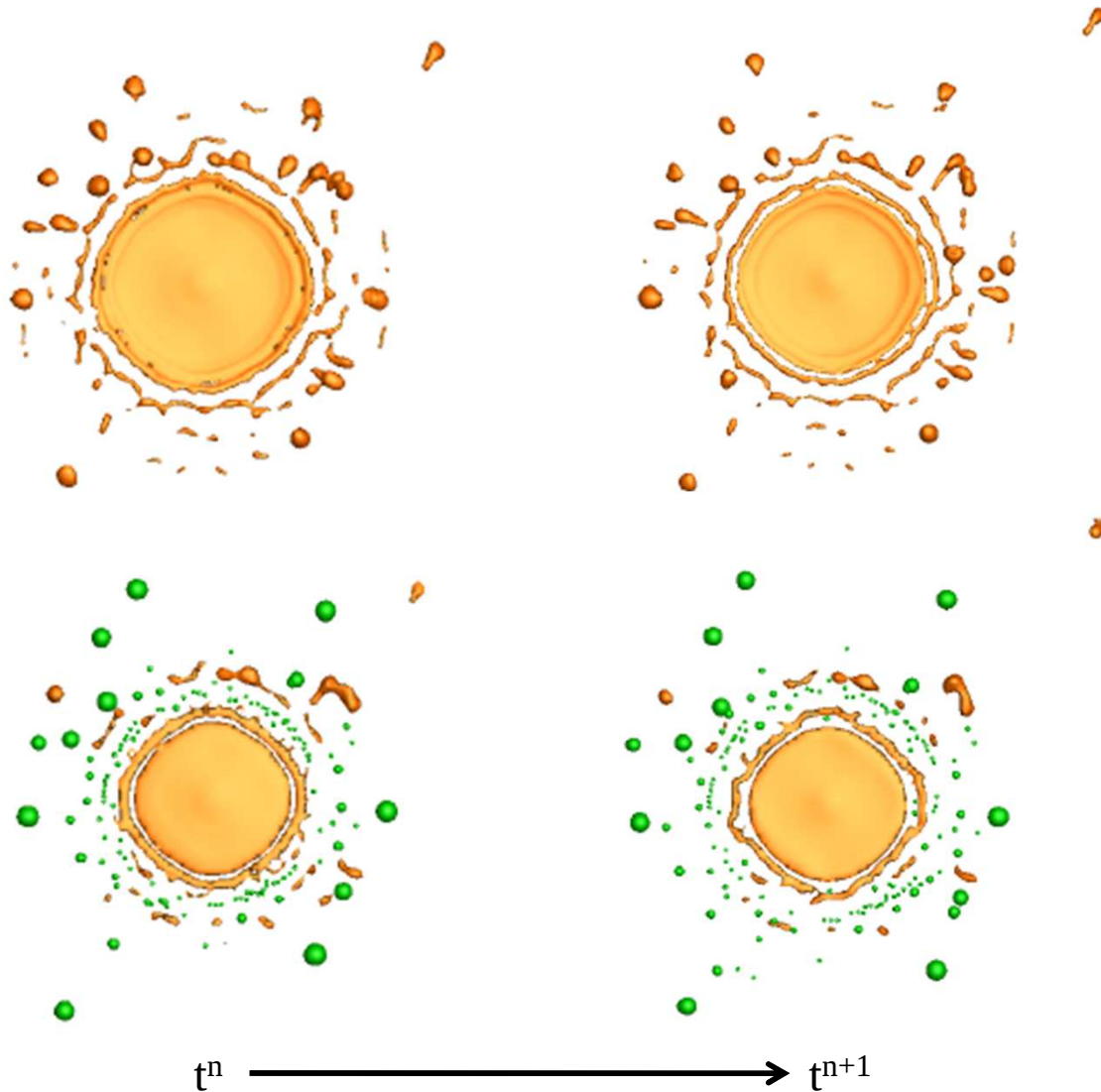


- Principe du couplage multi-échelle
 - Petites inclusions:
 - Sous-résolues par le CLSVOF (2-6 cellules)
 - la formation du spray force un raffinement de maillage massif
 - Transformation des gouttes stables en sphères rigides
 - Transport Lagrangien, loi de traînée
 - si l'on permet du dé-raffinement, on peut passer sur un traitement à phase dispersée (bien moins coûteux)
 - Couplage inverse, impact des gouttes vers liquide



Approche DNS

Test : impact de goutte, $We = 272$



Maillage Δx

Euler

Maillage $2\Delta x$

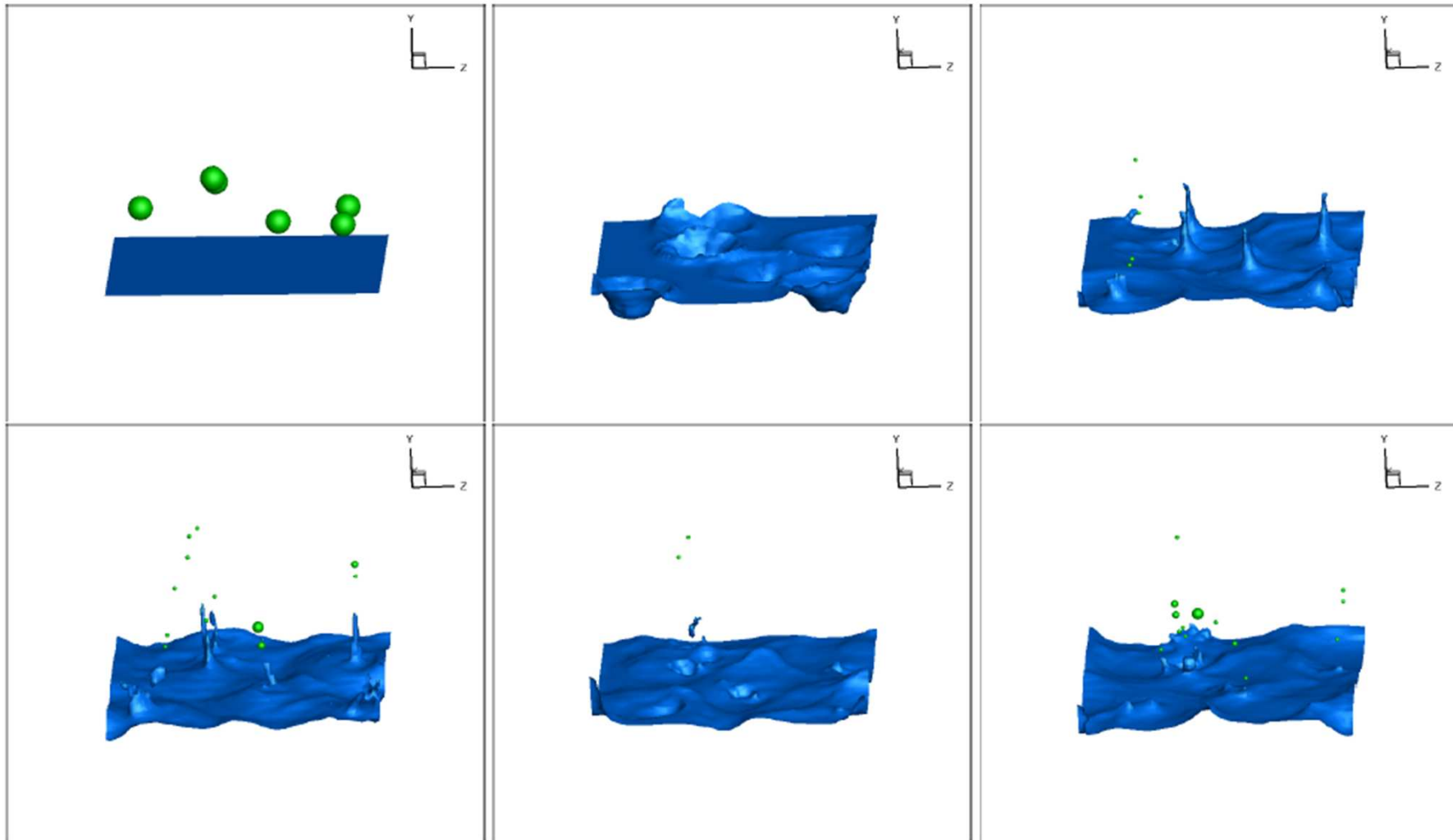
Euler+Lagrange

$t^n \longrightarrow t^{n+1}$

B. Dipierro et D. Zuzio, projet COFFECI, 2013

Approche DNS

Test : impact de goutte sur surface libre

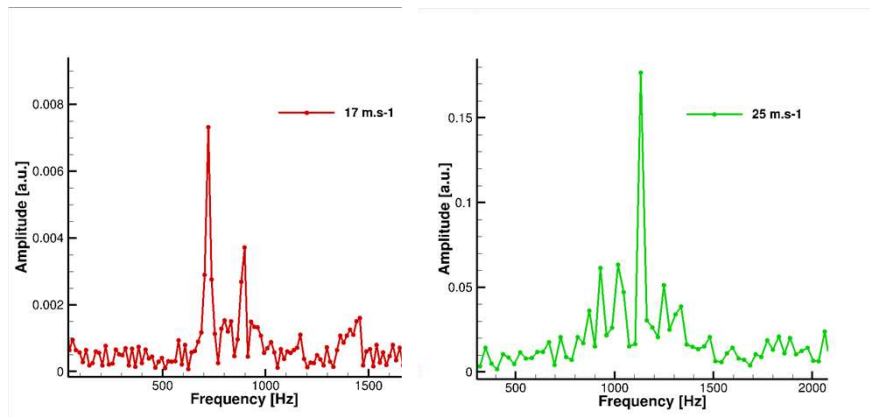


B. Dippiero et D. Zuzio, COFFECI, 2013

Approche DNS

Test : atomisation assistée de nappe liquide

- DNS de l'atomisation de nappe
- Comparaison avec résultats expérimentaux ONERA
 - Longueur de rupture moyenne
 - Fréquence battement



	Freq. simulation	Freq. experience	Break-up length simulation	Break-up length experience
$U_g = 17 \text{ m/s}$	720 Hz	450 Hz	6 mm	7.7 mm
$U_g = 25 \text{ m/s}$	1150 Hz	600 Hz	4 mm	5.6 mm

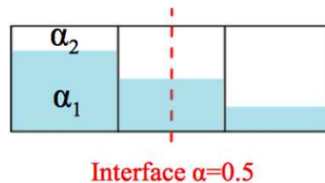
Sarthou A., Zuzio D., Estivalèzes J.L., Multiscale Euler-Lagrange method for parallel simulation of atomization induced by air-blast planar injection.
21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, 2013

Approche aux grandes échelles

Modèle multi-fluide et phase dispersée

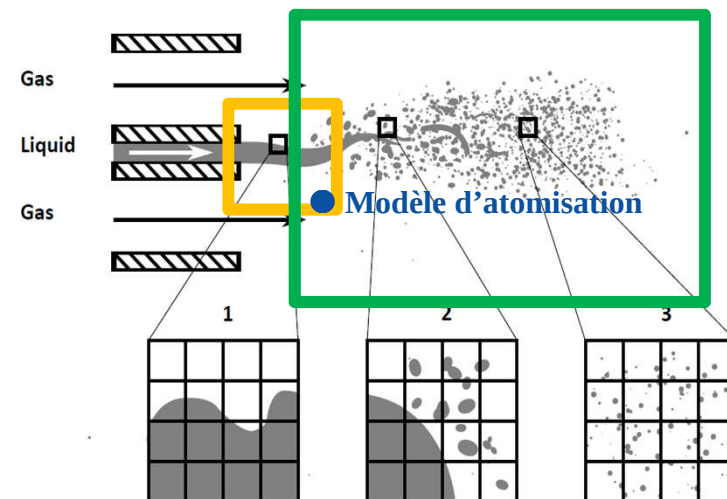
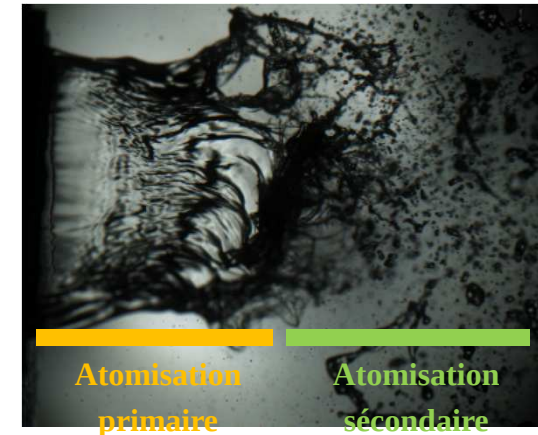
- On résout l'atomisation avec deux méthodes couplées
 - Multi-fluide pour le cœur liquide
 - Phase dispersée pour le spray

- Solveur multi-fluide pour le cœur liquide (■)
 - SLOSH → CEDRE (collaboration DEFA/DSNA)
 - Méthode à interface diffuse sur maillages non structurés



- Spray traité par solveur à phase dispersée (■)
 - Résolution des équations de Boltzmann
 - CEDRE → SPARTE, SPIREE (DMAE, DEFA)

- Modèle d'atomisation



Numerical Tools

The separated phase solver

- Choice for the "separated" two-phase flow solver: **diffuse interface method**
 - Adapted to finite volume methods and unstructured meshes
 - Conservative (deals with high density ratios)
 - Multi-fluid
- Derivation of the model (synthesis)

Starting from then 7 eq. (2 velocities, pressures, temperatures) Baer-Nunziato



Relaxation
pressures, velocities and temperatures



→ 4 equations LHF (Locally Homogeneous Flow) model

- Multi-fluid model
 - General form

$$\frac{\partial \mathbf{Q}(\mathbf{U})}{\partial t} + \nabla \cdot [\mathbf{F}_c(\mathbf{U}) - \mathbf{F}(\mathbf{U}, \nabla \mathbf{U})] = \mathbf{A}(\mathbf{U})$$

$$\mathbf{Q}(\mathbf{U}) = (\rho Y_1 \quad \dots \quad \rho Y_{ng} \quad \rho Y_l \quad \rho \mathbf{v} \quad \rho e_{tot})^t$$

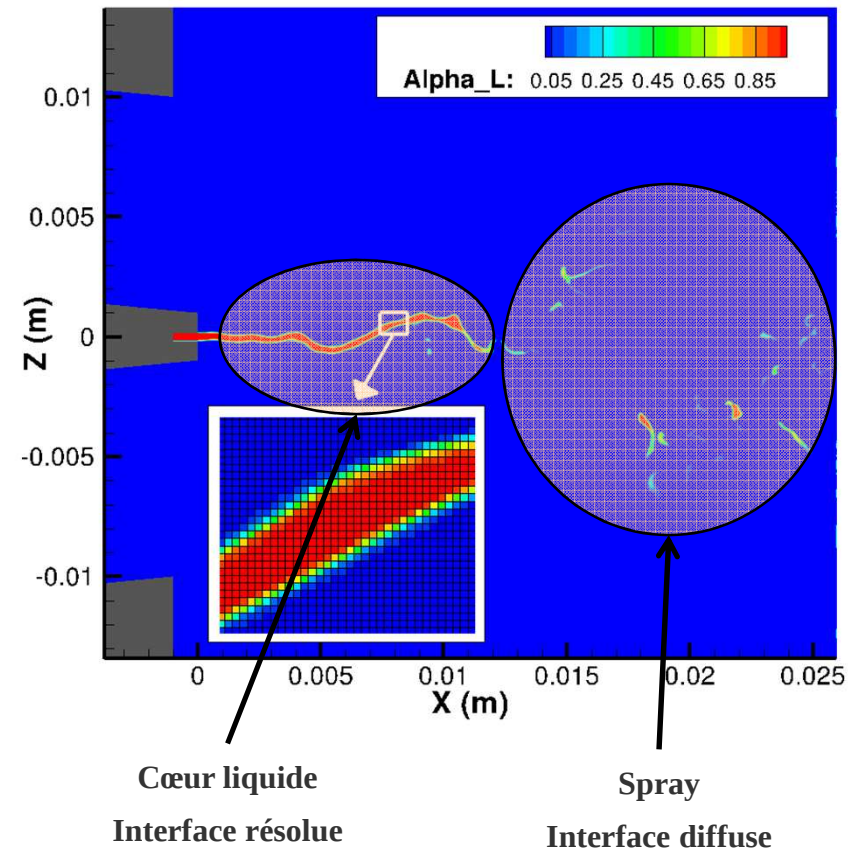
$$\mathbf{U}(\mathbf{Q}) = (P \quad T \quad \mathbf{v} \quad Y_1 \quad \dots \quad Y_{ng} \quad Y_l)^t$$

- Multiple fluids composed by arbitrary number of chemical species
- CSS surface tension model for each fluid couple (detailed in the annexes)
- Thermodynamic closure:
 - Ideal gaz law for gas species
 - Weakly compressible for liquid phase

Approche aux grandes échelles

Modèle d'atomisation

- Transfert **LOCAL** de masse liquide des zones sous résolues par le multi-fluide vers le solveur à phase dispersée
 - Couplage volumique « 2-way » en masse, moment et énergie
- Conditions d'activation
 - Dépendance de la fraction volumique, du gradient, du rotationnel locale...
- Le modèle d'atomisation donne
 - Masse des gouttes
 - Position initiale
 - Vitesse initiale
 - (Diamètre imposé)
- L'opération "inverse" a été développée
 - Modèle de ré-impact
 - Testé avec SLOSH

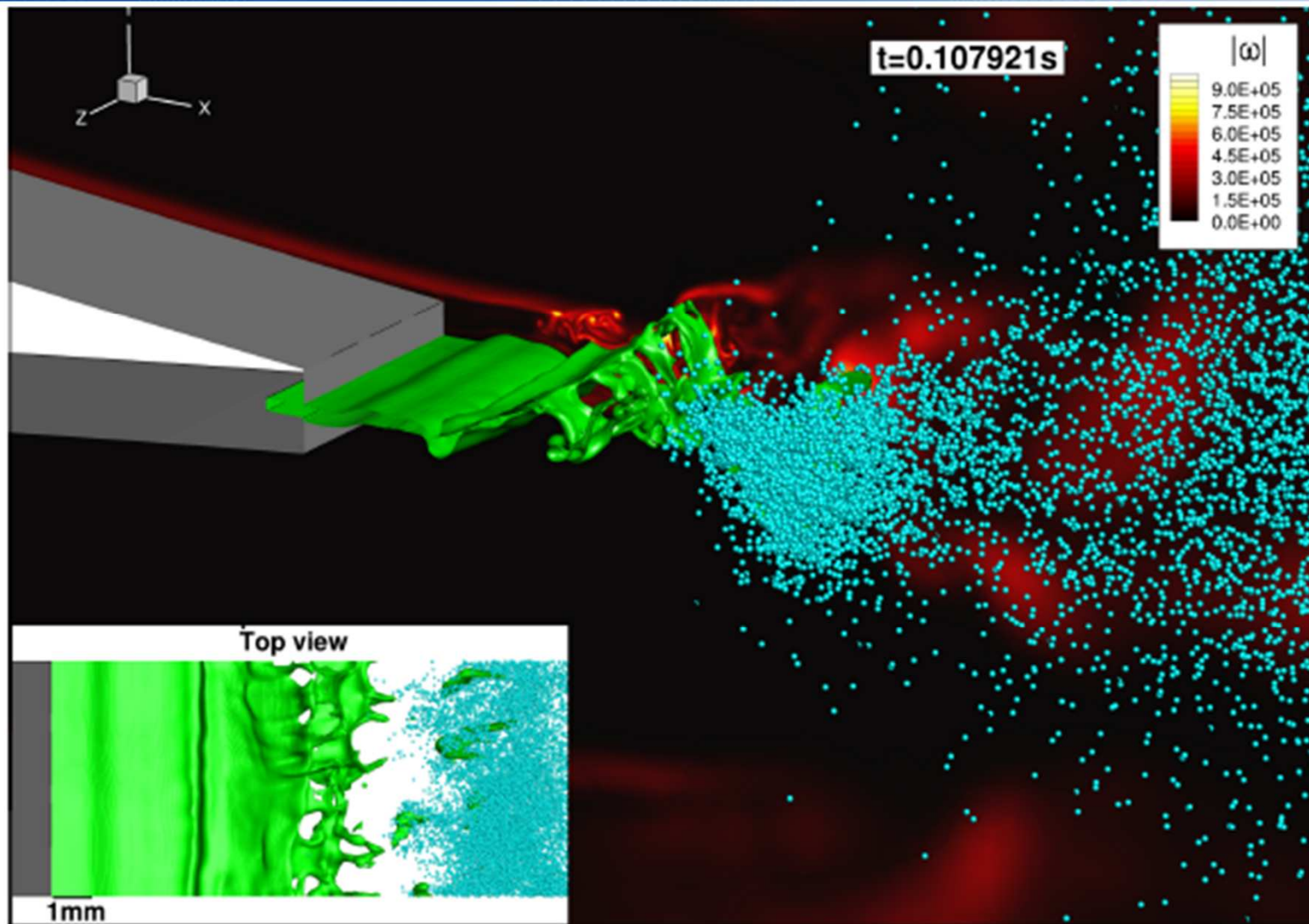


➡ Zone où le couplage s'active

Zuzio D., Estivalèzes J.L., Blanchard G., Numerical Simulation of primary and secondary atomization. Comptes Rendus Mécanique, 2012

Approche aux grandes échelles

Atomisation d'une nappe plane

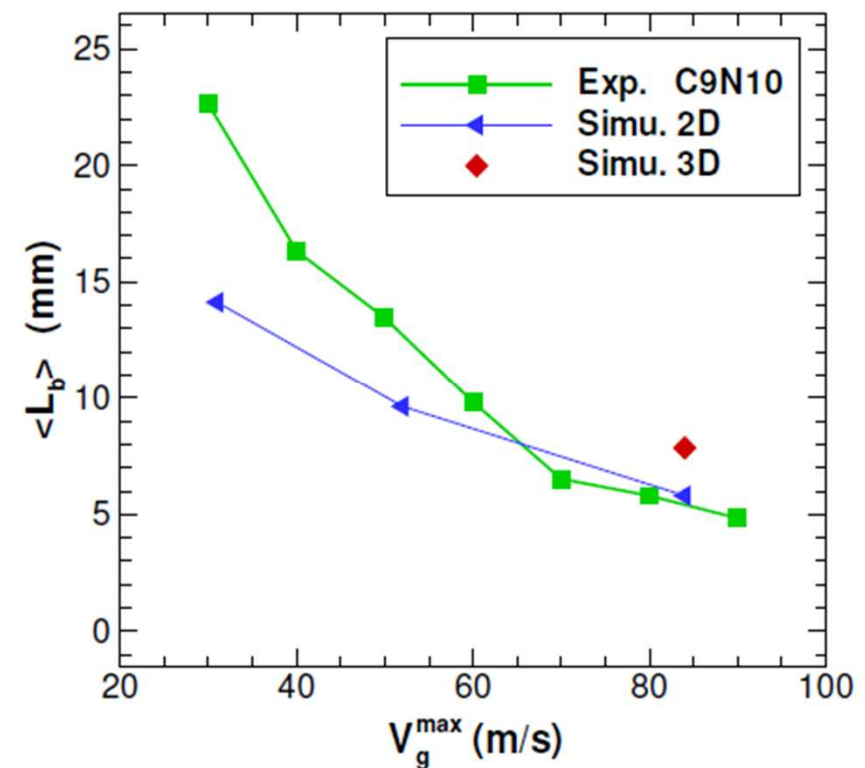
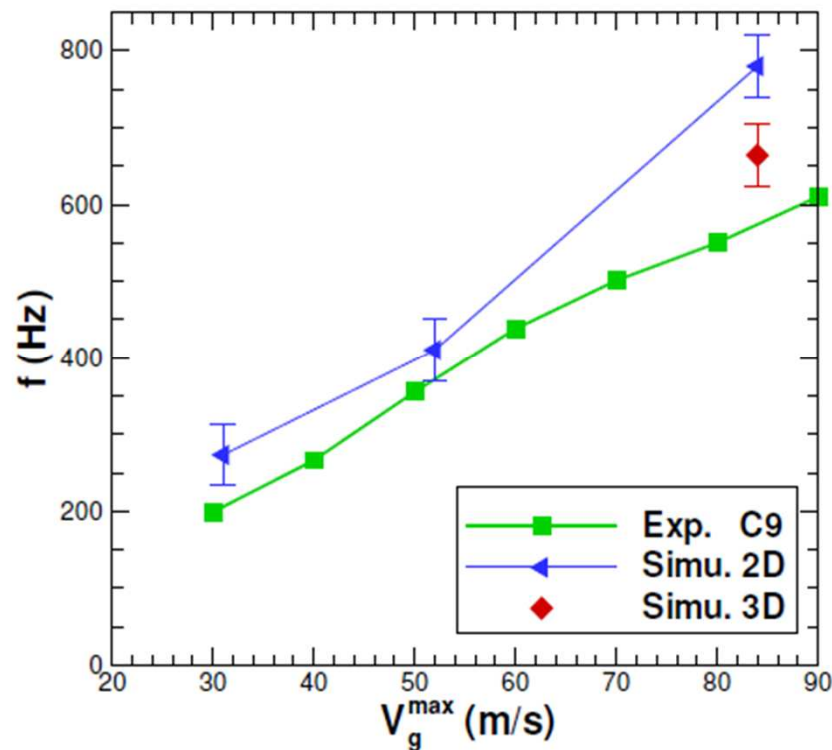


Thèse G. Blanchard, ONERA, 2014

Approche aux grandes échelles

Atomisation d'une nappe plane

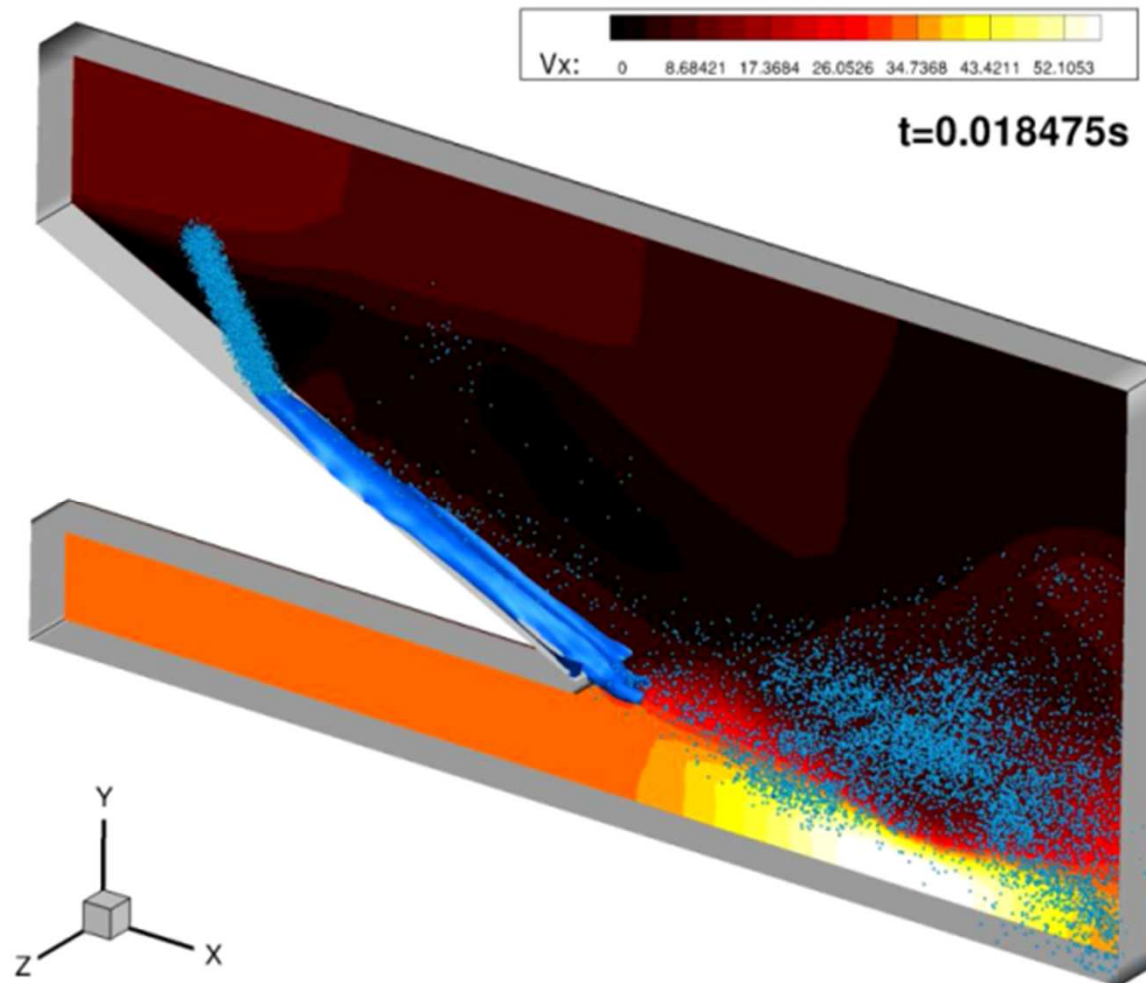
- Mesures de fréquence de battement et longueur de rupture
- Comparaison avec expériences ONERA (Thèse B. Dejean, 2014)
 - Très bon accord sur les tendances
 - Comportement cohérent avec simulations DNS



Blanchard G., Villedieu Ph., Zuzio D., Numerical simulation of primary atomization of a sheared liquid sheet. Part1-2; 25th ILASS, 2013

Approche aux grandes échelles

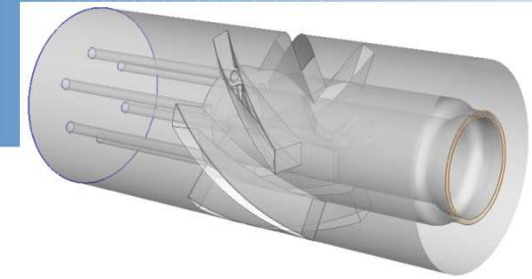
Formation d'un film à paroi et ré-atomisation



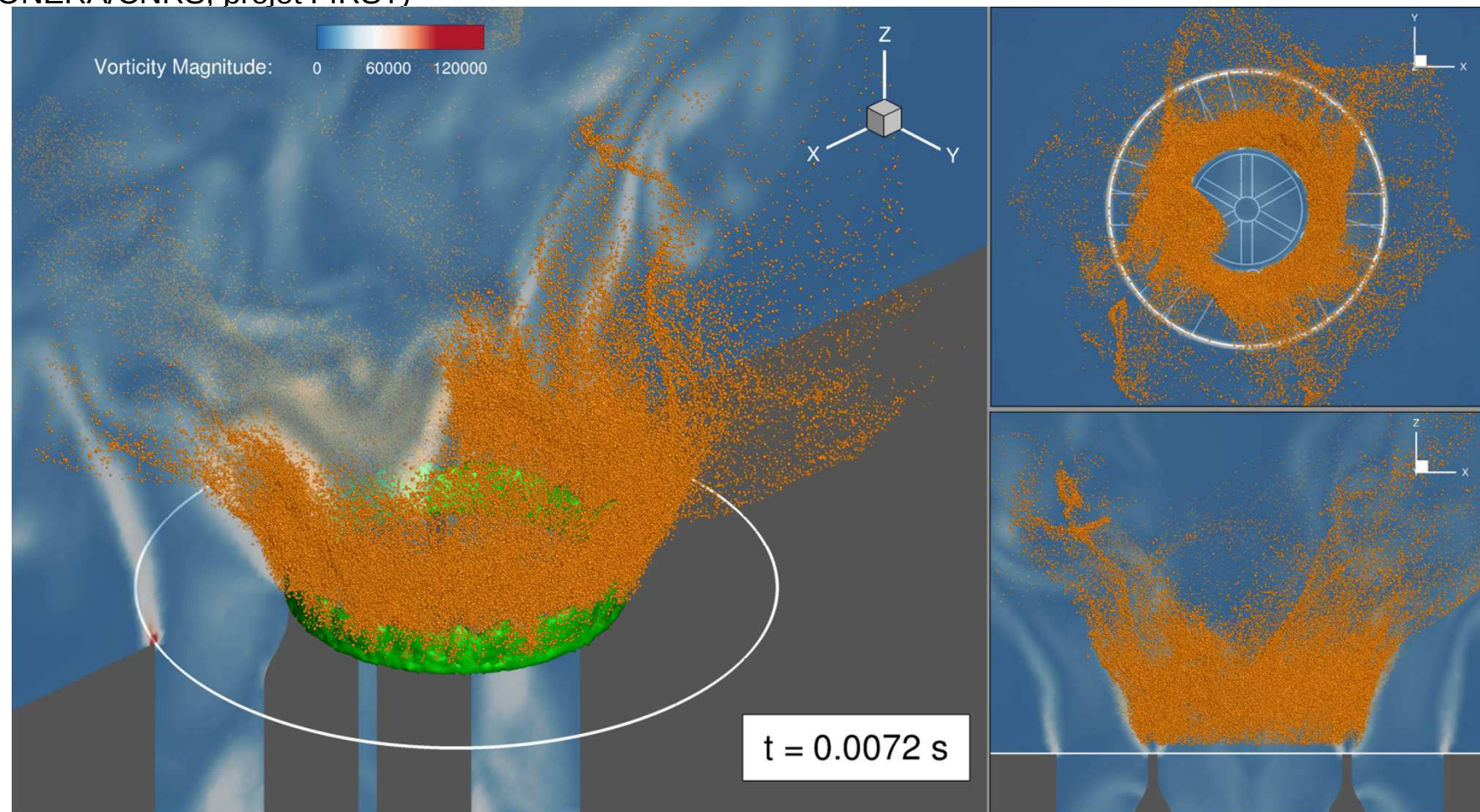
Thèse G. Blanchard, ONERA, 2014

Approche aux grandes échelles

Atomisation d'une nappe annulaire avec vrillage



- Méthodologie portée sur plateforme CEDRE
- Calcul exploratoire sur configuration réelle avec CEDRE (collaboration ONERA/CNRS, projet FIRST)





Chapter III: Definitions and classification of the different regimes of dispersed two phase flows

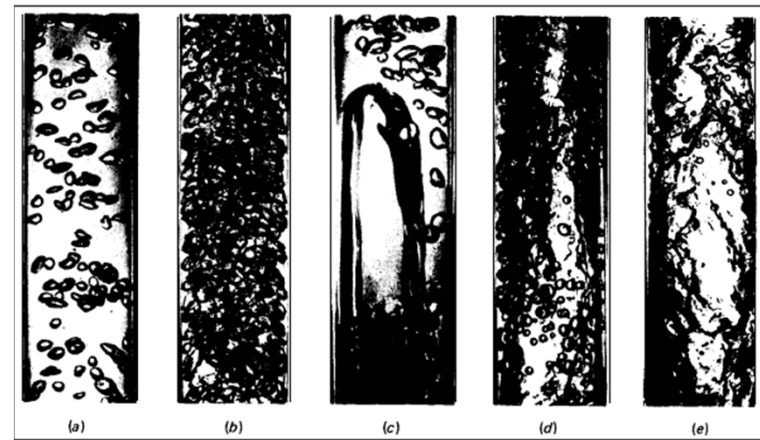
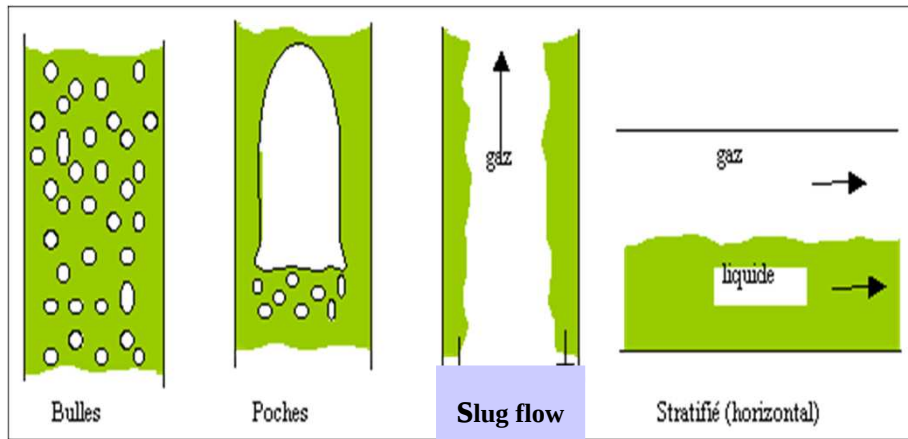


r e t o u r s u r i n n o v a t i o n

Overview

What is a dispersed two-phase flow ?

Two-phase flows may have **very different topologies**
=> **very different mathematical models**

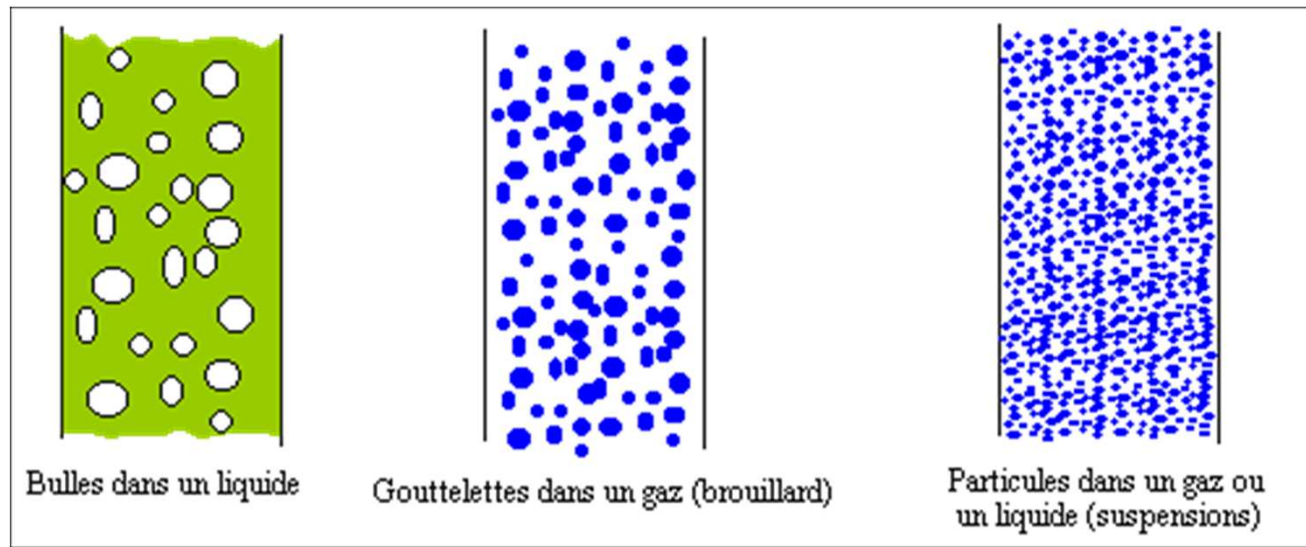


Examples of two-phase flow topologies

Film model (St Venant equations), VOF models, two-fluid models, phase-field models, **dispersed two-phase flow models**,

Overview

What is a dispersed two-phase flow ?



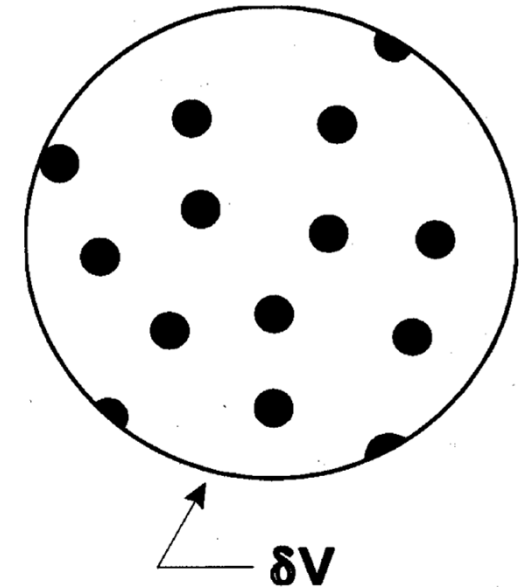
Examples of dispersed two-phase flows

Dispersed two-phase flows (e.g. bubbly flows, **gas-droplet flows**, **fluid-particle flows**) are involved in a very wide range of natural and industrial processes : cloud formation, sedimentation, vulcanology, atmospheric pollution, oil extraction, **combustion engine**, fluidized bed, heat exchanger....

Number density of dispersed two-phase flow

- **Number density**

$$n = \lim_{\delta V \rightarrow \delta V_0} \frac{\delta N}{\delta V} \left[\frac{\text{\#particles}}{\text{volume}} \right]$$



- **Implications:** δV_0 has to be large enough to ensure converged statistics

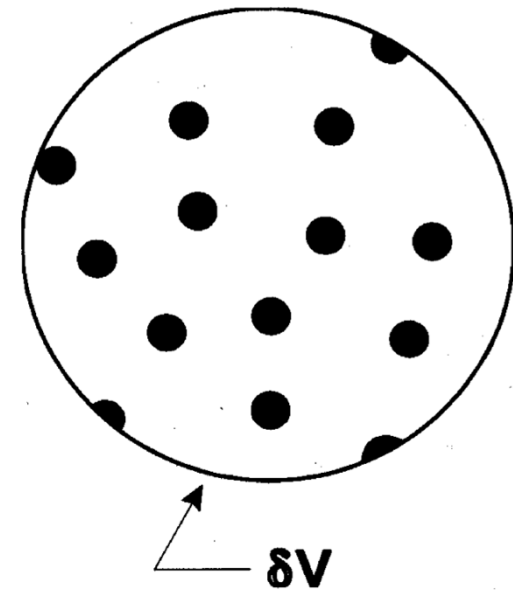
Volume fraction

- For the particle phase, take the volume of particle phase over the total volume

$$\alpha_d = \lim_{\delta V \rightarrow \delta V^o} \frac{\delta V_d}{\delta V}$$

- For the gas or carrier phase (also known as void fraction) :

$$\alpha_c = \lim_{\delta V \rightarrow \delta V^o} \frac{\delta V_c}{\delta V} = 1 - \alpha_d$$



Bulk or apparent densities

The bulk dispersed phase density is given by:

$$\rho_d^b = \alpha_d \rho_d$$

The bulk gaseous density is given by

$$\rho_c^b = (1 - \alpha_d) \rho_c$$

The mixing density is given by:

$$\rho_m = \rho_c^b + \rho_d^b = (1 - \alpha_d) \rho_c + \alpha_d \rho_d$$

The loading factor is written by :

$$Z = \frac{\alpha_d \rho_d U_d}{(1 - \alpha_d) \rho_c U_c} = \frac{\rho_d^b U_d}{\rho_c^b U_c} = \text{dispersed}$$

phase mass flux / continuous phase mass flux (mainly applied in gas-solid two phase flows)

Inter-particle spacing

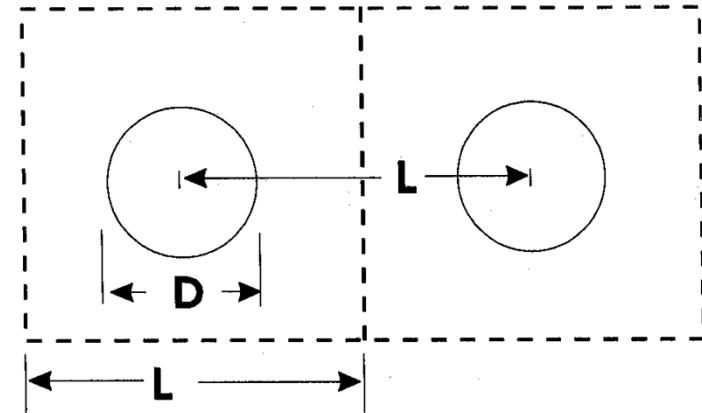
When can particle-particle interaction could be neglected ?

- ppi negligible if $L/D > 10$

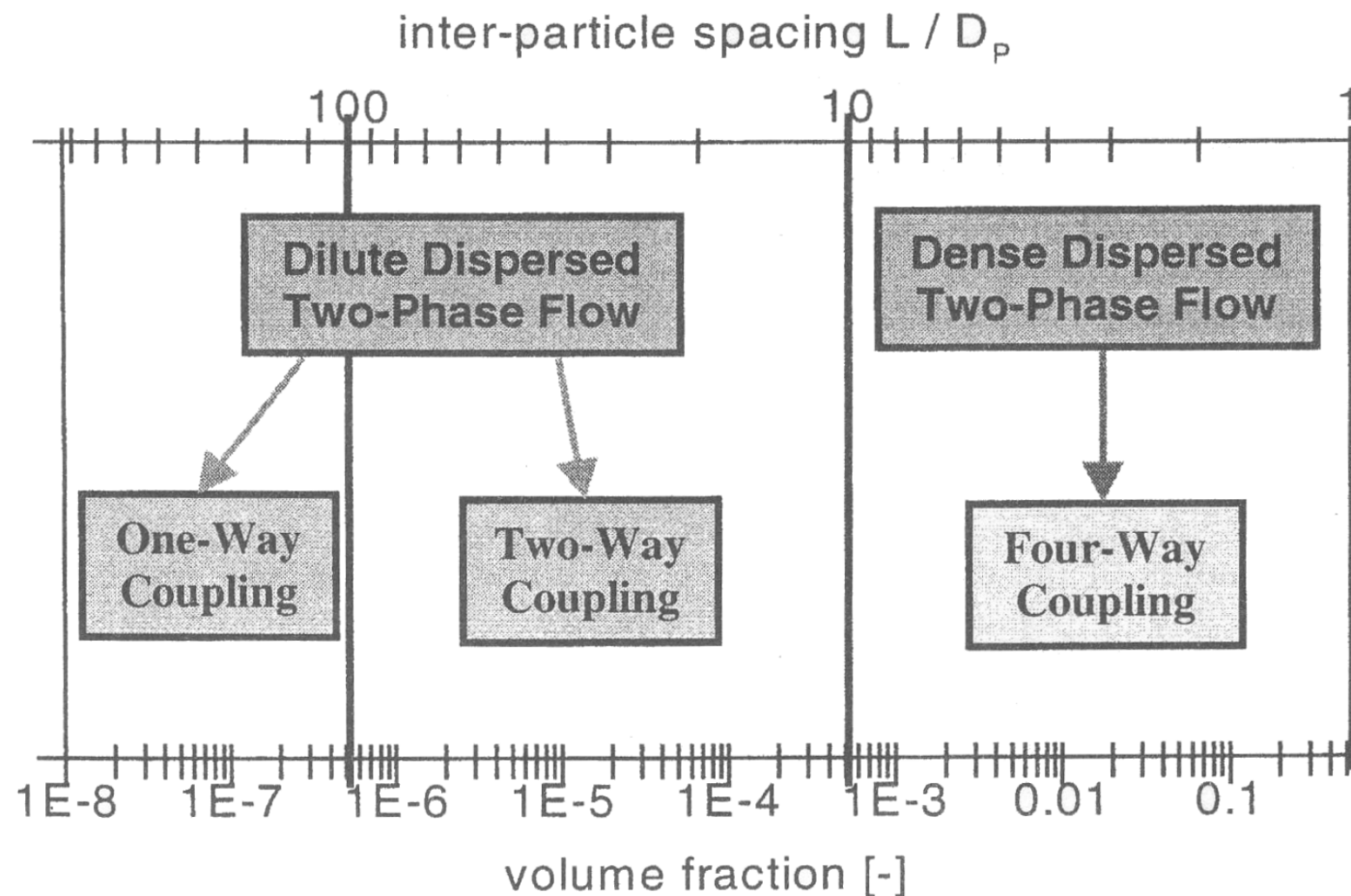
- Square box arrangement :

$$\alpha_d = \frac{\pi D^3}{6L^3}$$

- ppi negligible if $\alpha_d < 5.10^{-4}$



Classification 1)



Classification 2)

- **One-way coupling**
 - Gas affects particles through drag, evaporation
- **Two-way coupling**
 - Gas affects particles through drag, evaporation
 - Particles affect gas through drag, evaporation
- **Four-way coupling**
 - Gas affects particles through drag, evaporation
 - Particles affect gas through drag, evaporation
 - Particles affect each other through collisions, coalescence

Particle dynamic time scale estimate 1)

Particle relaxation time for spherical particle or droplet

- Particle equation of motion

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}$$

- Drag force (solid or liquid particle)

$$\mathbf{F} = c_D \frac{\rho_c}{2} \frac{\pi D^2}{4} |\mathbf{u} - \mathbf{v}| (\mathbf{u} - \mathbf{v})$$

- yields

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = c_D \frac{\rho_c}{2} \frac{\pi D^2}{4} |\mathbf{u} - \mathbf{v}| (\mathbf{u} - \mathbf{v})$$

Particle dynamic time scale estimate 2)

- Introducing the particle Reynolds number based on relative velocity as

$$\text{Re}_{\text{rel}} = \frac{\rho_c D |\mathbf{u} - \mathbf{v}|}{\mu_c}$$

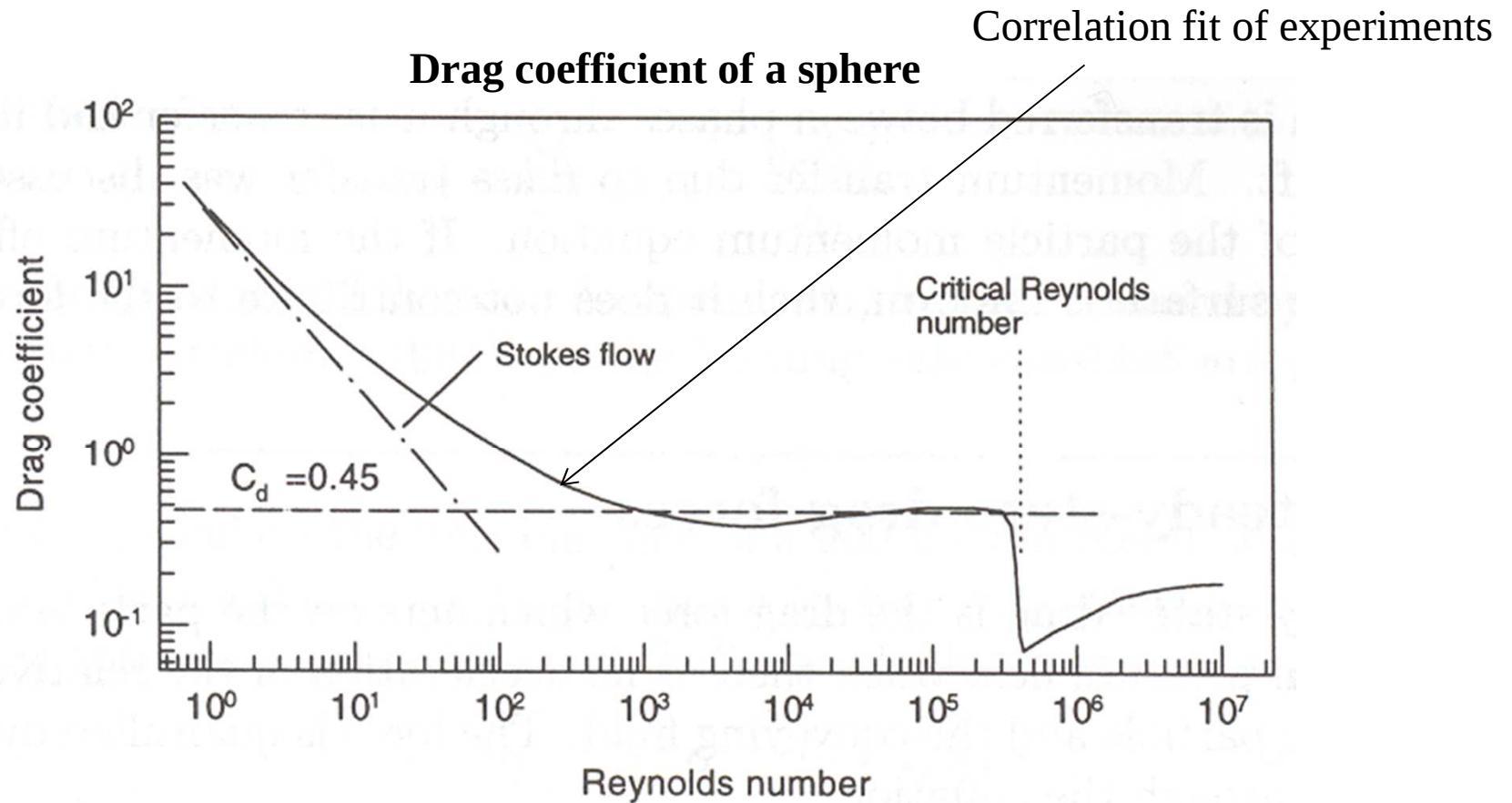
- yields

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \underbrace{\frac{18 c_D \text{Re}_{\text{rel}} \mu_c}{24 D^2 \rho_d}}_{1/\tau} (\mathbf{u} - \mathbf{v})$$

↓

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\mathbf{u} - \mathbf{v}}{\tau}$$

Particle dynamic time scale estimate 3)



(from Crowe, Sommerfeld, Tsuji, **Multiphase flows with droplets and particles**, CRC press 1997)

Particle dynamic time scale estimate 4)

Small Reynolds number: Stokes flow

$$c_D = \frac{24}{\text{Re}_{\text{rel}}}$$

- gives

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{1}{\tau_v}(\mathbf{u} - \mathbf{v})$$

- With

$$\tau_v = \frac{D^2 \rho_d}{18 \mu_c} = \frac{D^2}{18 \nu_c} \frac{\rho_d}{\rho_c}$$

Large Reynolds number:

$$c_D \approx 0.45$$

- gives

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{1}{\tau_{vl}}(\mathbf{u} - \mathbf{v})$$

- With

$$\tau_{vl} = \frac{8}{3} \frac{D}{|\mathbf{u} - \mathbf{v}|} \frac{\rho_d}{\rho_c}$$

τ_v is the characteristic time to reach equilibrium of velocities $v = u(1 - e^{-t/\tau_v})$

Particle dynamic time scale estimate 5)

- response time of 100 microns water droplet in Stokes regimes air flow : 30 ms
- response time of 1mm rain droplet at relative velocity of 10 m/s : 0.3 s

Stokes number 1)

Stokes number definition

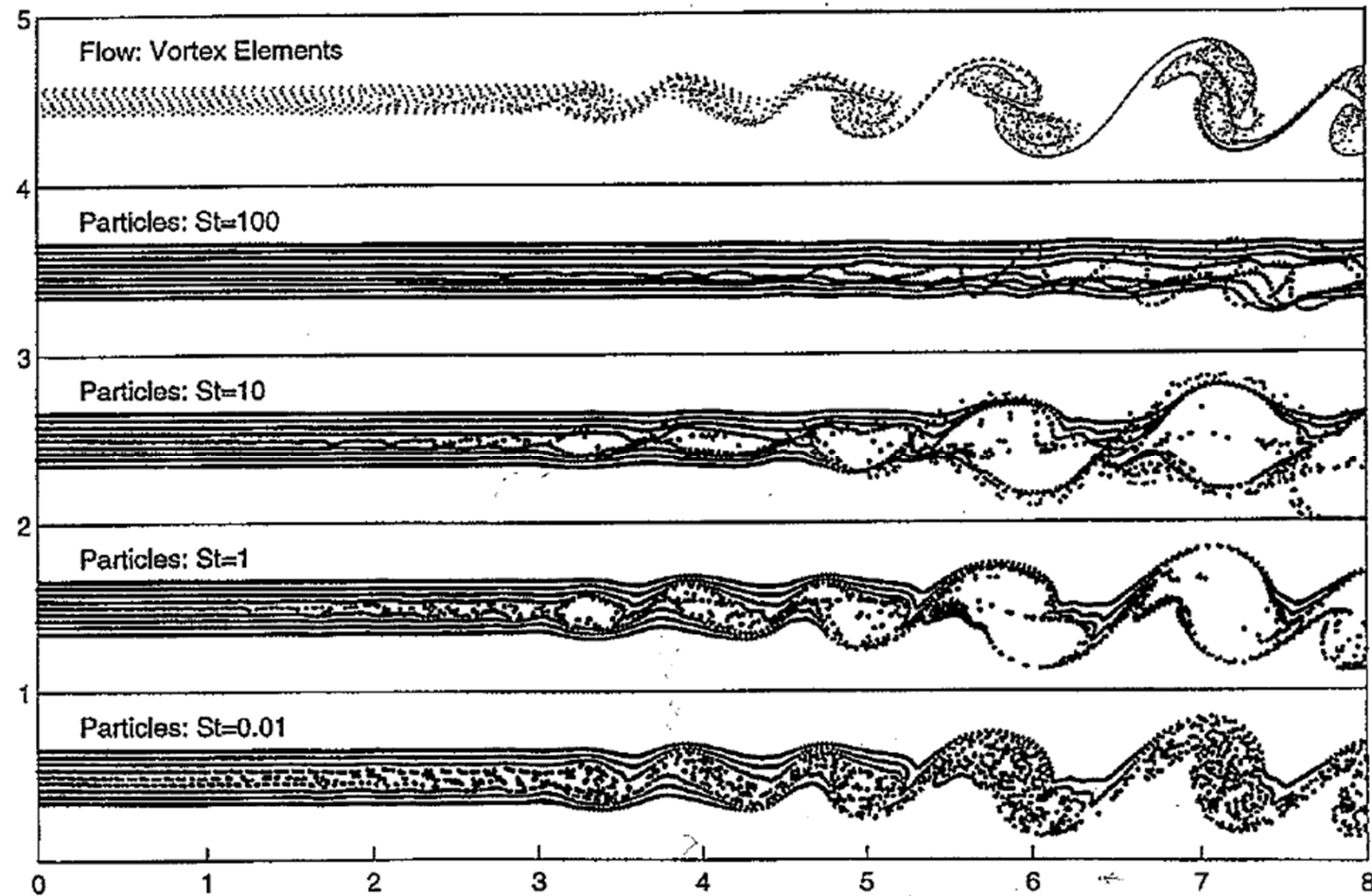
- Stokes number is the ratio particle dynamic time scale over characteristic fluid flow time scale :

$$St = \frac{\tau_v}{\tau_F}$$

- If $St_v \ll 1$ The particle relaxation time is very low and the droplet velocity will be very close to the gaseous phase.
- If $St_v \gg 1$ The particles are not affected by the gaseous phase.
- If $St_v \approx 1$ In the case of unsteady flow, the particles will be located at the periphery of the vortices (mixing layer configuration for example), some of them will be centrifuged. In this case the expansion will be maximum.

Stokes number 2)

2D plane mixing layer spatially developing

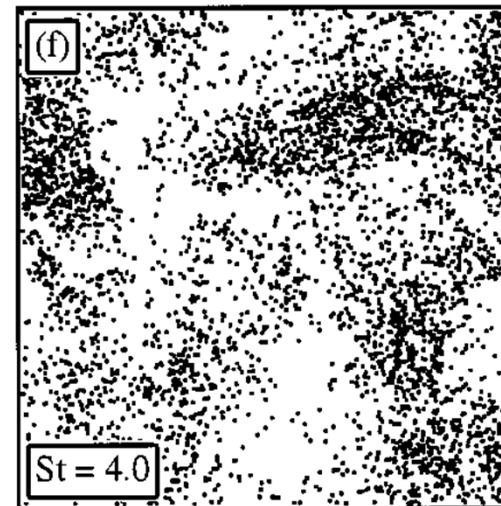
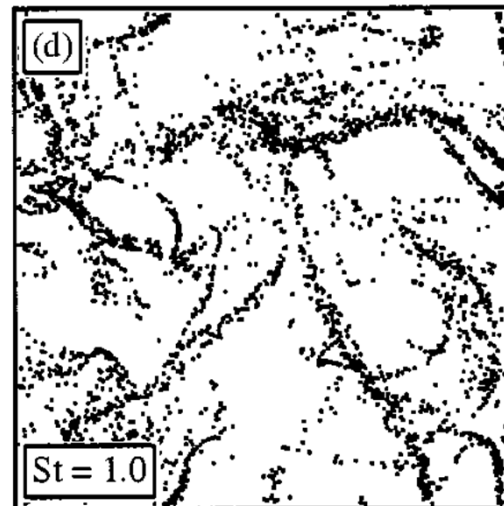
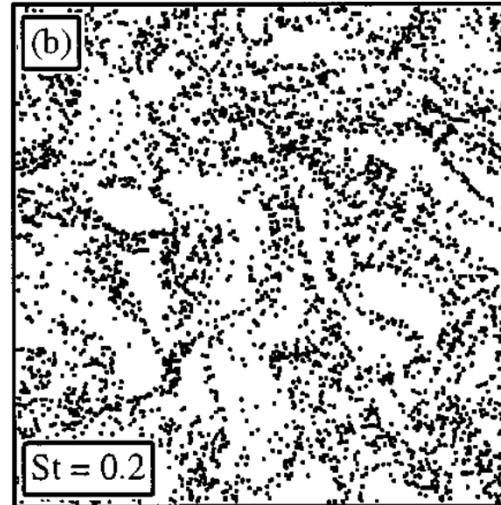
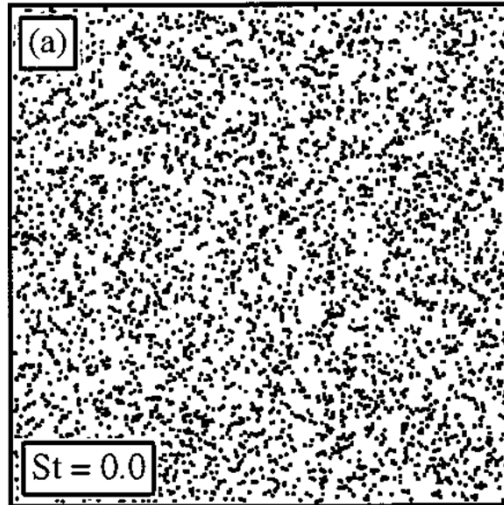


$$\tau_F = \frac{\delta_\omega}{\Delta U}$$

$$\tau_F = \frac{\delta_\omega}{\Delta U}$$

From Soteriou et al , AIAA paper 1997

Stokes number 3)



- DNS of laden particle forced THI
- one way coupling

From Reade & Collins PoF
vol 12 (10), 2000

$$\tau_F = \left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{1/2}$$

$$St = \frac{\tau_v}{\tau_F}$$

Preferential concentration : 2d slices at the same time

Particle thermal relaxation time 1)

- Heat flux between particle and fluid :

$$\dot{q}'' = \lambda_c \left. \frac{dT_G}{dr} \right|_{\text{surface}} = k(T_\infty - T_d)$$

- Non-dimensional heat transfer coefficient definition : Nussel number

$$\text{Nu} = \frac{kD}{\lambda_c}$$

- Conductive heat transfer

$$\dot{Q} = \dot{q}'' \pi D^2 = \text{Nu} \pi D \lambda_c (T_\infty - T_d)$$

- Thermal balance gives:

$$m c_{pd} \frac{dT_d}{dt} = \dot{Q}$$



$$\frac{dT_d}{dt} = \frac{6 \text{Nu} \lambda_c}{\rho_d D^2 c_{pd}} (T_\infty - T_d)$$

Particle thermal relaxation time 2)

- Small Reynolds number: $Nu = 2$ gives

$$\tau_T = \frac{\rho_d c_{pd} D^2}{12 \lambda_c}$$

- With Prandtl number defined as

$$Pr = \frac{\mu_c c_{pc}}{\lambda_c}$$

- Time scale ratio

$$\frac{\tau_v}{\tau_T} = \frac{2}{3} \frac{1}{Pr} \frac{c_{pc}}{c_{pd}}$$

- Thermal response time of 100 microns water droplet in ambient air:
 $145 \text{ ms} > \tau_v$

Dilute versus dense flow

- Dilute flow : particle motion controlled by carrier fluid drag and lift force
- Dense flow : particle motion controlled by collisions
- How to check ?

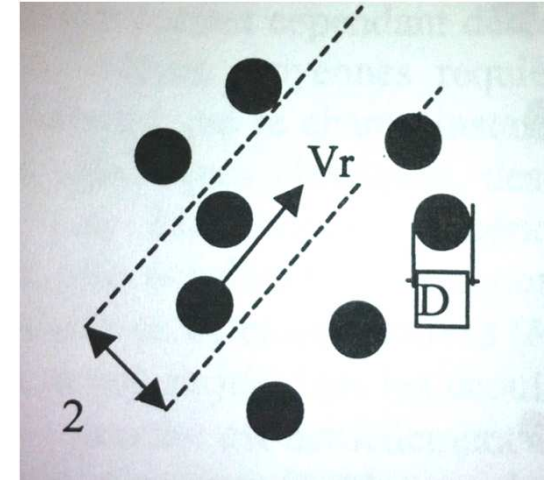
$$\tau_v / \tau_c < 1 \quad \text{Dilute}$$

$$\tau_v / \tau_c > 1 \quad \text{Dense}$$

- Collision timescale : $\tau_c = \frac{1}{n\pi D^2 v_r}$

$$\frac{\tau_v}{\tau_c} = \frac{n\pi\rho_d D^4 v_r}{18\mu_c} = \frac{\overline{\rho_d} D v_r}{3\mu_c}$$

- How should we define the relative velocity ?



(from Crowe, Sommerfeld, Tsuji,
Multiphase flows with droplets and particles, CRC press 1997)

Particle-fluid interaction : particle equation of motion

➤ Assuptions:

- isolated particle
- uniform far fied carrier fluid velocity
- particle diameter lesser than smallest fluid lenth scale (Kolmogorov scale)
- no evaporation or condensation
- spherical particle
- incompressible carrier fluid

$$m \frac{dv}{dt} = F_v + F_s$$

$$F_v = mg$$

$$F_s = \int_{CS} (-p \mathbf{n} + \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n}) ds$$



Particle-fluid interaction : drag force

➤ Steady-state drag force

$$\mathbf{F}_D = \frac{1}{2} \rho_c C_D A |\mathbf{u} - \mathbf{v}| (\mathbf{u} - \mathbf{v})$$

– Assumptions:

- uniform pressure field
- no acceleration of $(\mathbf{u} - \mathbf{v})$

– Drag coefficient C_D depends on

- particle shape and orientation
- Re, Ma, turbulence
- etc.

Particle-fluid interaction : drag coefficient

Drag coefficient :

– assuming particle is non-rotating solid sphere in uniform free stream flow

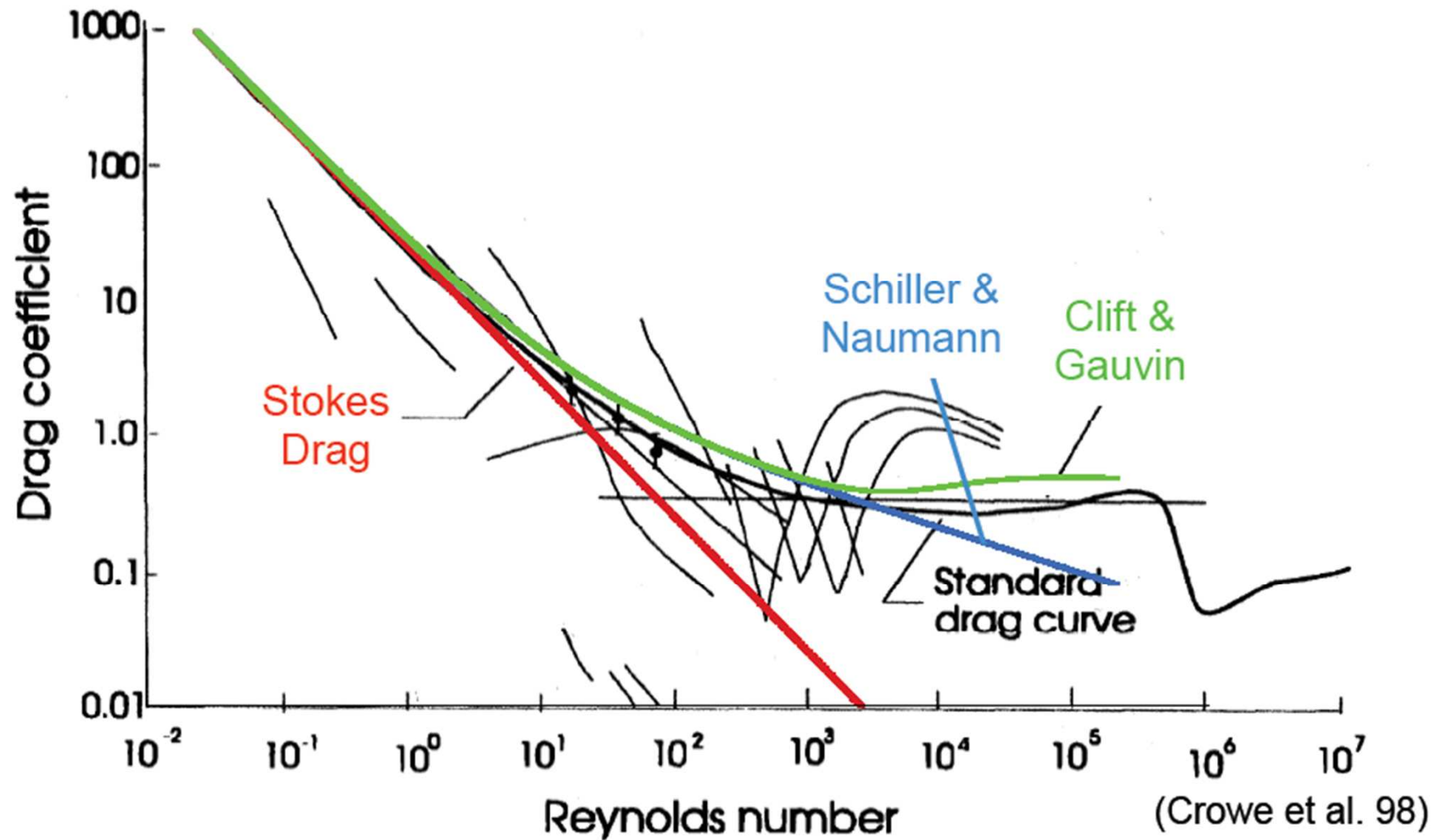
$$C_D = \frac{24}{Re} f$$

• $Re < 1$: $f=1$ (Stokes flow)

• $Re < 800$: $f = 1 + 0.15Re^{0.687}$ (Schiller et Neumann)

• $Re < 2 \times 10^5$ $f = 1 + 0.15Re^{0.687} + 0.0175Re / (1 + 42500Re^{-1.16})$ (Clift)

Particle-fluid interaction : drag coefficient

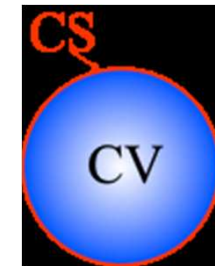


Particle-fluid interaction : pressure gradient-buoyancy

Pressure force: buoyancy

$$\mathbf{F}_p = \int -p \mathbf{n} ds = \int_{CV} -\nabla p d\mathbf{v}$$

- Assuming pressure gradient constant over the particle :



$$\mathbf{F}_p = -\nabla p V_d = -\rho_c V_d \mathbf{g}$$

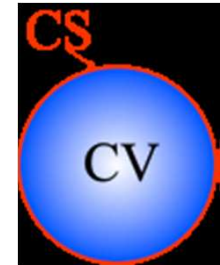
- Particle equation of motion is :

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{f}{\tau_v} (\mathbf{u} - \mathbf{v}) + \mathbf{g} \left(1 - \frac{\rho_c}{\rho_d}\right)$$

Particle-fluid interaction : shear stress

Shear stress in carrier fluid

$$F_{\tau} = \int_{CS} -\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} dS = \int_{CV} -\nabla \tau dv$$

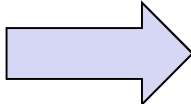


- Assuming constant shear in carrier fluid :

$$F_{\tau} = -\nabla \tau V_d$$

Particle-fluid interaction : unsteady forces-inviscid effect

- Arising from relative velocity acceleration (u-v) **added mass or virtual mass force** :

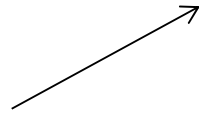
- accelerating a body in fluid  moving fluid around

$$\phi = v(t) \frac{R^3}{2r^2} \cos \theta \quad \longrightarrow \quad \int -p \mathbf{n} ds = -\frac{2}{3} \rho_c \pi \frac{D^3}{8} \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

- consider a solid sphere moving at $\mathbf{v}(t)$ in an inviscid fluid at rest :

$$\mathbf{F}_{vm} = -\frac{1}{2} \rho_c V_c \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad \longrightarrow \quad \rho_d V_d \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{2} \rho_c V_c \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \sum \text{other forces}$$

$$\left(\rho_d V_d + \frac{1}{2} \rho_c V_c \right) \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \sum \text{other forces}$$

Added mass 

Particle-fluid interaction : unsteady forces-inviscid

- When fluid velocity of carrier flow is taken into account

$$\mathbf{F}_{vm} = \frac{1}{2} \rho_c V_c \left(\frac{D\mathbf{u}}{Dt} - \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right)$$

- For non spherical particle :

$$\mathbf{F}_{vm} = C_{vm} \rho_c V_c \left(\frac{D\mathbf{u}}{Dt} - \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right)$$

Added mass or virtual mass coefficient $C_{vm}=1/2$ for spherical particle

Particle-fluid interaction : unsteady force – viscous effect

➤ **Basset force**, due to delay in boundary layer developement around the particle:

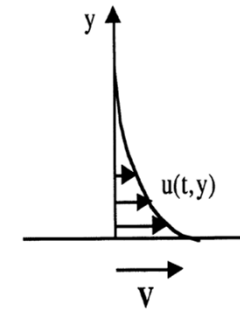
➤ linked to the first Stokes problem : impulsively accelerated flat plate

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu_c \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$



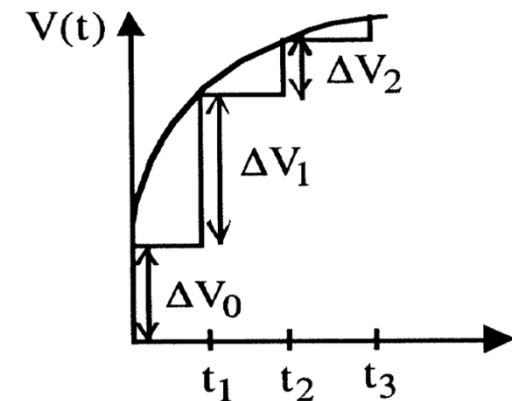
$$\tau = \frac{\sqrt{\rho_c \mu_c} u_0}{\sqrt{\pi t}}$$

$$u = v \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{y}{2\sqrt{\nu_c t}} \right) \right)$$



➤ continuously accelerated flat plate:

$$\tau = \sqrt{\mu_c \rho_c / \pi} \int_0^t \frac{du/dt'}{\sqrt{t-t'}} dt'$$



Particle-fluid interaction : unsteady force – viscous effect

- Applying the same approach for the impulsive start of fluid around a sphere gives:

$$\mathbf{F}_B = \frac{3}{2} D^2 \sqrt{\pi \mu_c \rho_c} \int_0^t \frac{(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{v}})}{\sqrt{t - t'}} dt' \quad \dot{\mathbf{u}} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \quad \dot{\mathbf{v}} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$$

Particle-fluid interaction : Basset Boussinesq Oseen equation 1)

- Putting all together : steady state drag + pressure force + shear stress force + unsteady forces + body forces
- Assumptions: spherical particles, neglect internal particle motion, Mach number effect:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = 3\pi f \mu_c D (\mathbf{u} - \mathbf{v}) + V_d (-\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}) + \frac{\rho_c V_d}{2} \left(\frac{D\mathbf{u}}{Dt} - \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right) + \frac{3}{2} D^2 \sqrt{\pi \mu_c \rho_c} \int_0^t \frac{\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{v}}}{\sqrt{t - \tau}} d\tau + m \mathbf{g}$$

Particle-fluid interaction : Basset Boussinesq Oseen equation 2)

- Using Navier-Stokes equations for the carrier fluid :

$$\rho_c \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{g}\rho_c$$

- One get :

$$\left(1 + \frac{1}{2} \frac{\rho_c}{\rho_d}\right) \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{f}{\tau_v} (\mathbf{u} - \mathbf{v}) + \frac{3}{2} \frac{\rho_c}{\rho_d} \frac{D\mathbf{u}}{Dt} + \mathbf{g} \left(1 - \frac{\rho_c}{\rho_d}\right) + \sqrt{\frac{9}{2\pi} \frac{\rho_c}{\rho_d} \frac{1}{\tau_v}} \int_0^t \frac{\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{v}}}{\sqrt{t-\tau}} d\tau$$

- For

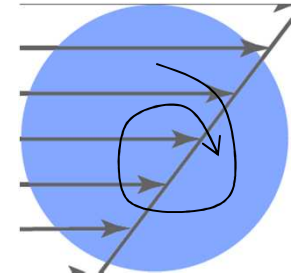
$$\frac{\rho_c}{\rho_d} \ll 1 \Rightarrow \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{f}{\tau_v} (\mathbf{u} - \mathbf{v}) + \mathbf{g}$$

Particle-fluid interaction : other forces

➤ Lift forces:

➤ For low Reynolds number : Saffman force

$$\text{Re}_G = \frac{D^2}{\nu_c} \frac{du}{dy}$$



$$\text{Re} \ll 1 \quad \text{Re}_G \ll 1 \quad \text{Re} \ll \sqrt{\text{Re}_G}$$

$$\mathbf{F}_{Saff} = 1.61 \mu_c D |\mathbf{u} - \mathbf{v}| \sqrt{\text{Re}_G}$$

➤ Higher Reynolds numbers: $\text{Re} = O(1)$ Magnus force

$$\mathbf{F}_{Mag} = \frac{\pi}{8} D^3 \rho_c \left[\left(\frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{u} - \boldsymbol{\omega}_d \right) \times (\mathbf{u} - \mathbf{v}) \right]$$



Chapter IV: Different approaches for two phase dispersed flows numerical simulation



r e t o u r s u r i n n o v a t i o n

Typical scales and order of magnitude

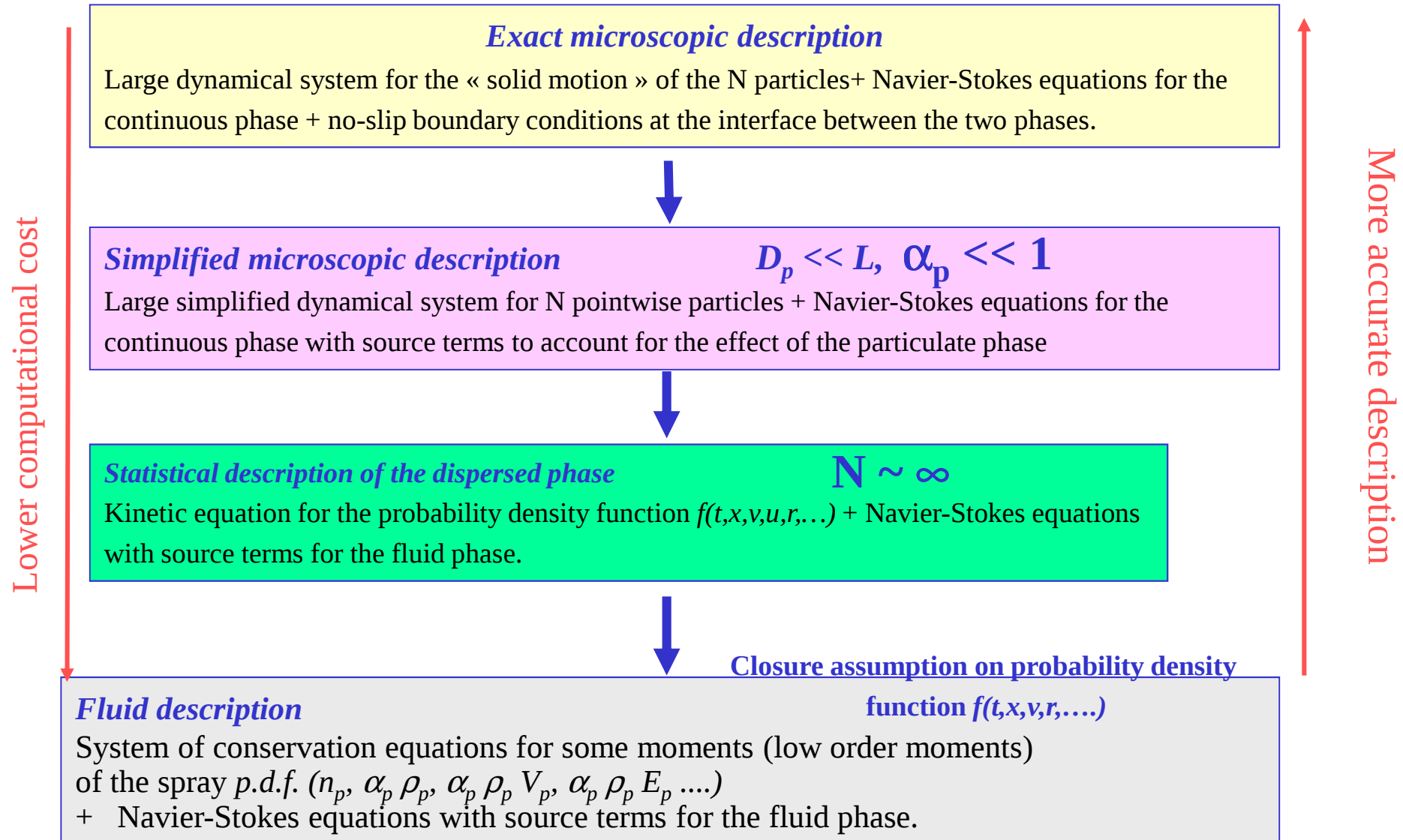
Liquid density $\rho_l \gg$ Gas density $\rho_g \Rightarrow \alpha_l \ll 1$, for mass loading close to 1 or lower than 1.

- **Liquid volume fraction α_l** : from 10^{-6} (very dilute spray) to 10^{-2} (very dense spray)

- **Droplet diameter** : from $0.1 \mu\text{m}$ to $200 \mu\text{m}$
Typical size in most applications : **$D = 10 \mu\text{m}$**

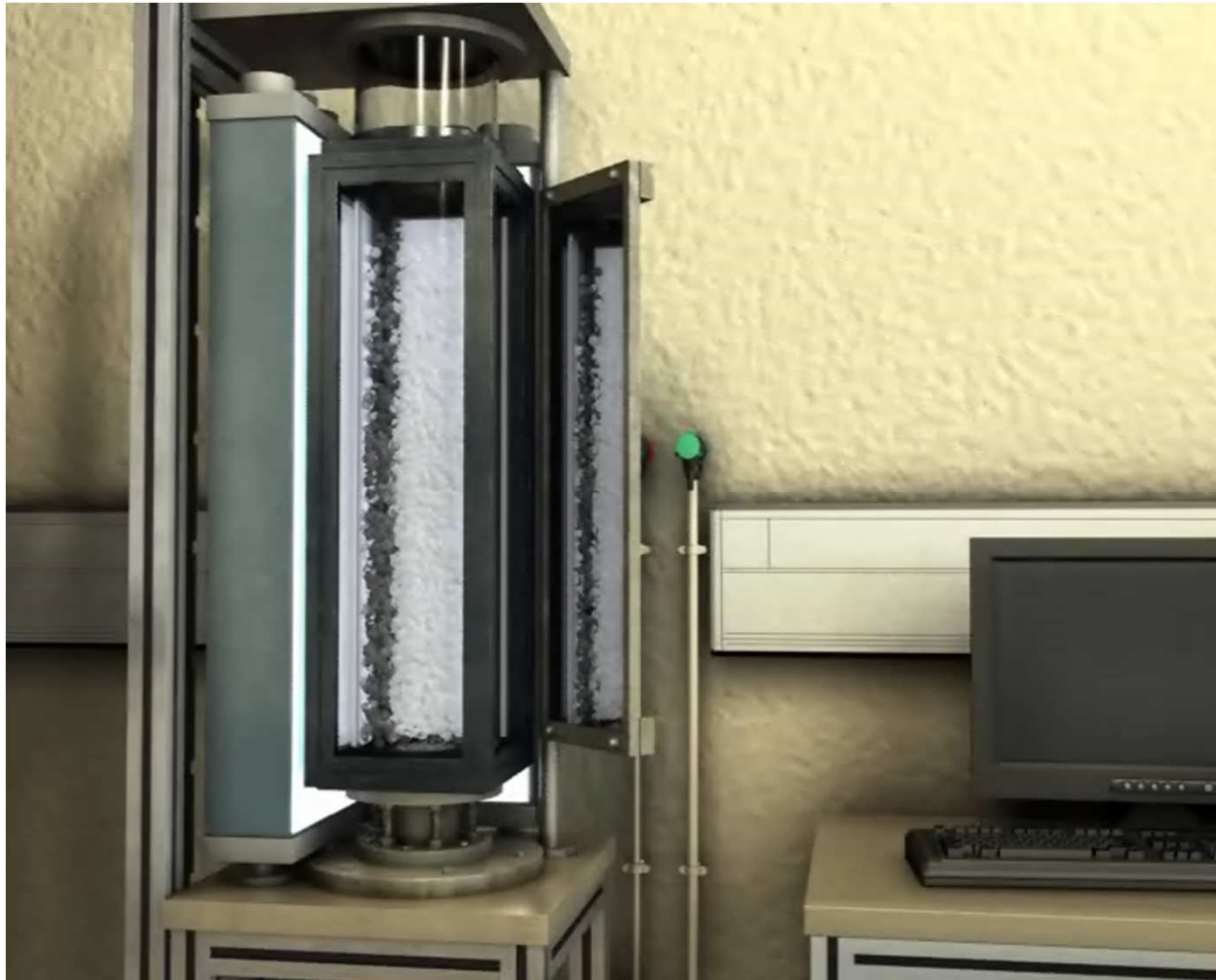
- **Droplet number ($n = \alpha_l / V^3$)** : from 10^3 droplets (very dilute spray) to 10^7 droplets (very dense spray) **per cubic centimeter**.
Impossible (and useless !) to « track » each droplet separately

Les différents niveaux possibles de description



Exemple de simulation directe de particules résolues (taille finie)-écoulement dense

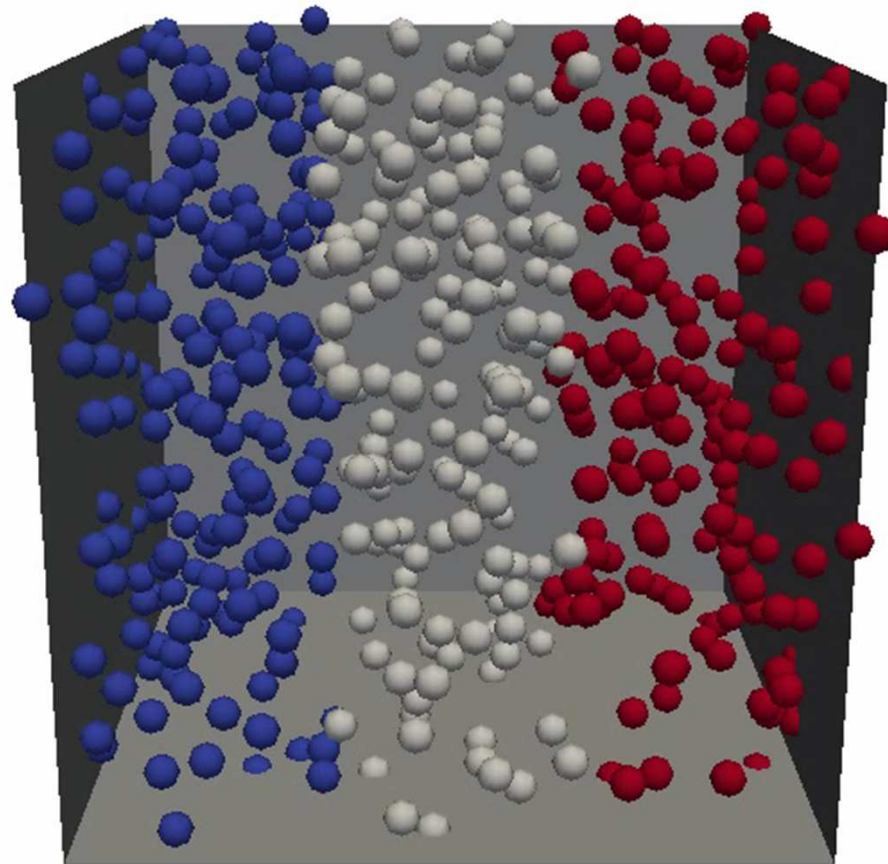
Lit fluidisé : 2100 particules (12 points/ diamètre) I2M,IMFT,ONERA



Exemple de simulation directe de particules résolues (taille finie)-écoulement dilué

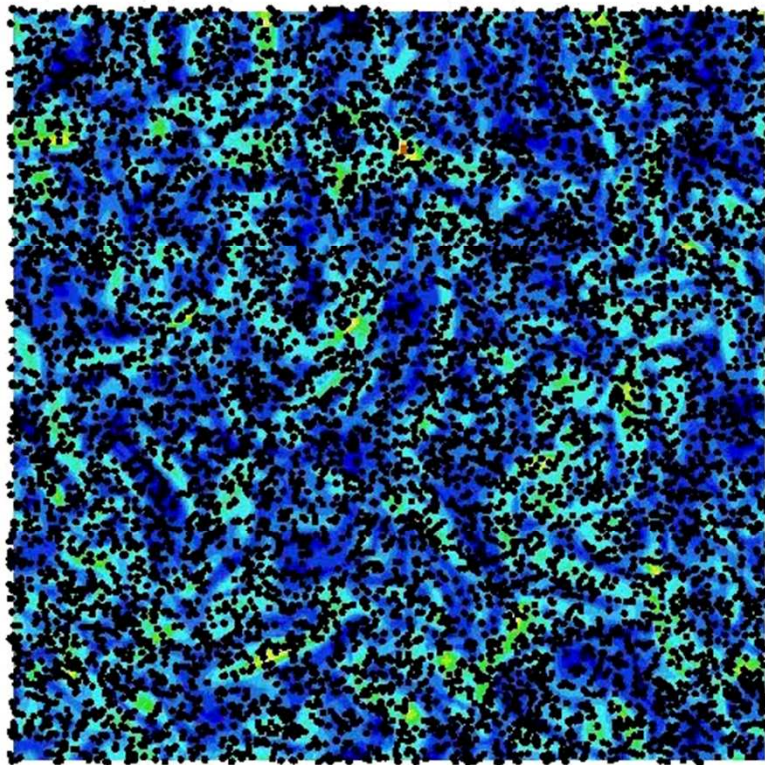
Interaction particule turbulence (12 points/ diamètre) I2M,IMFT,ONERA

- Diamètre des particules: $10\eta_k$
- Turbulence stationnaire
- Prise en compte des collisions

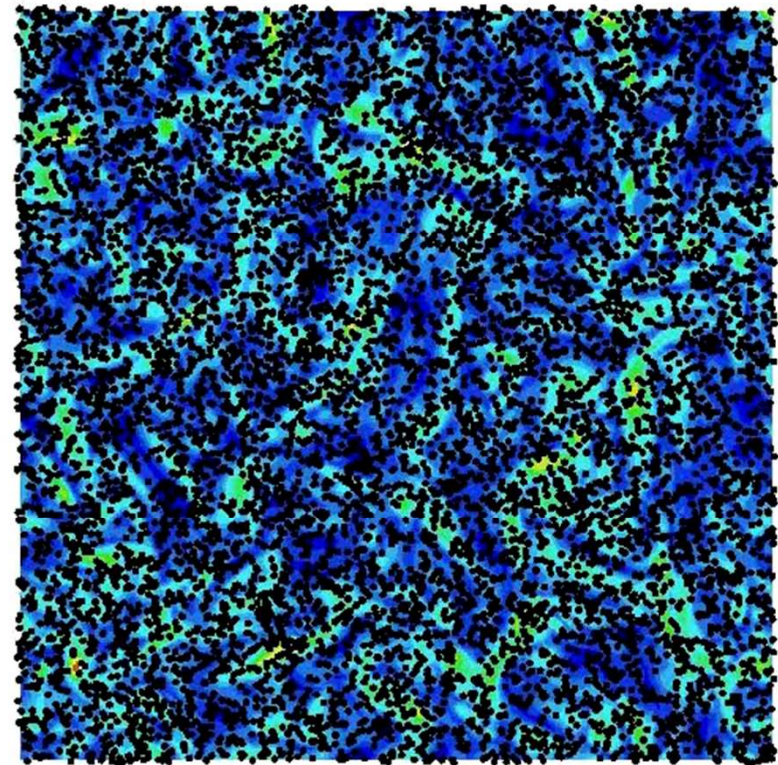


Exemple de simulation directe de particules ponctuelles : DPS-DNS

Interaction particule turbulence: IMFT

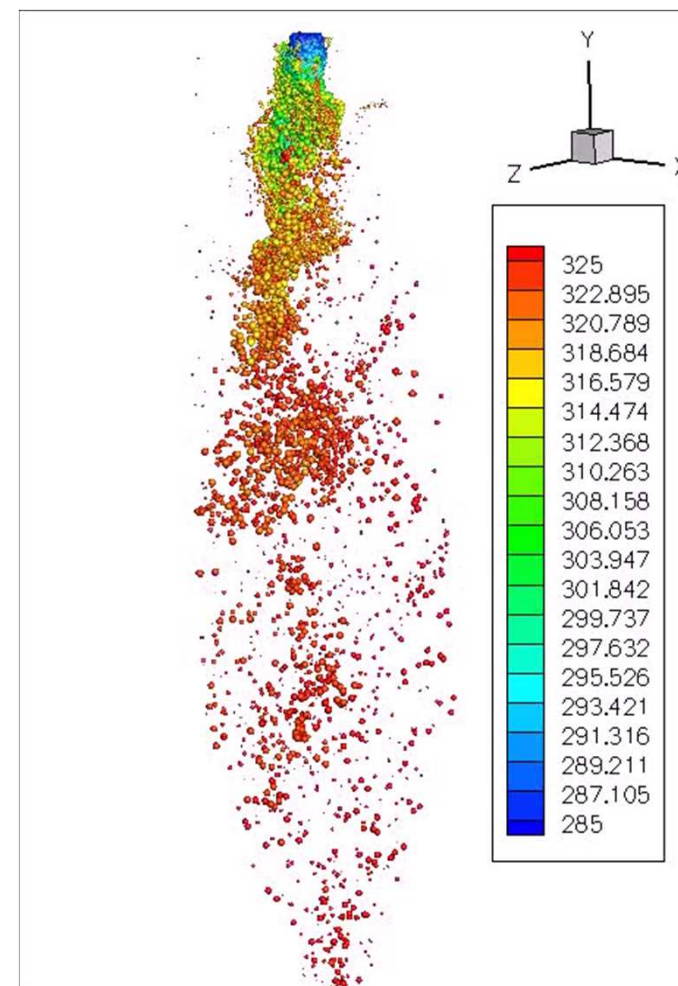
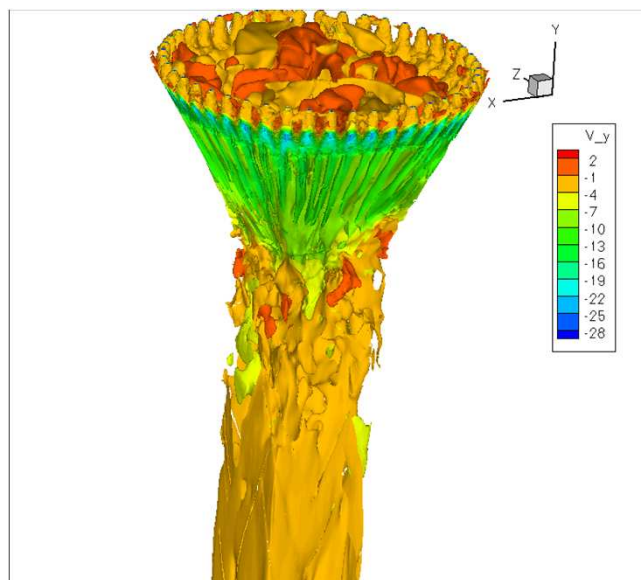
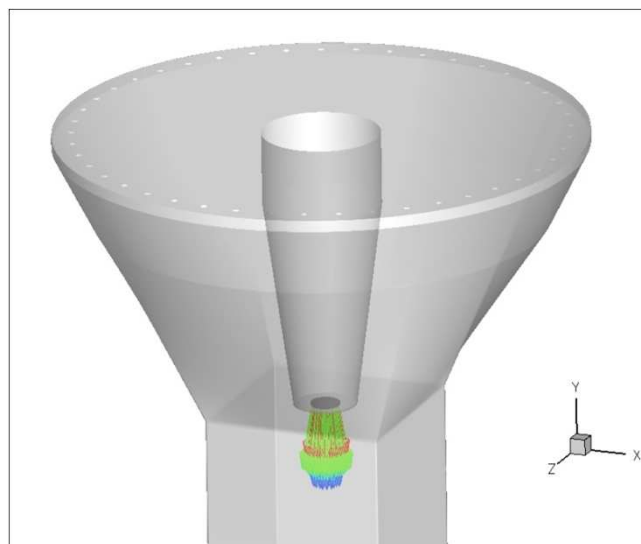


$St=11$



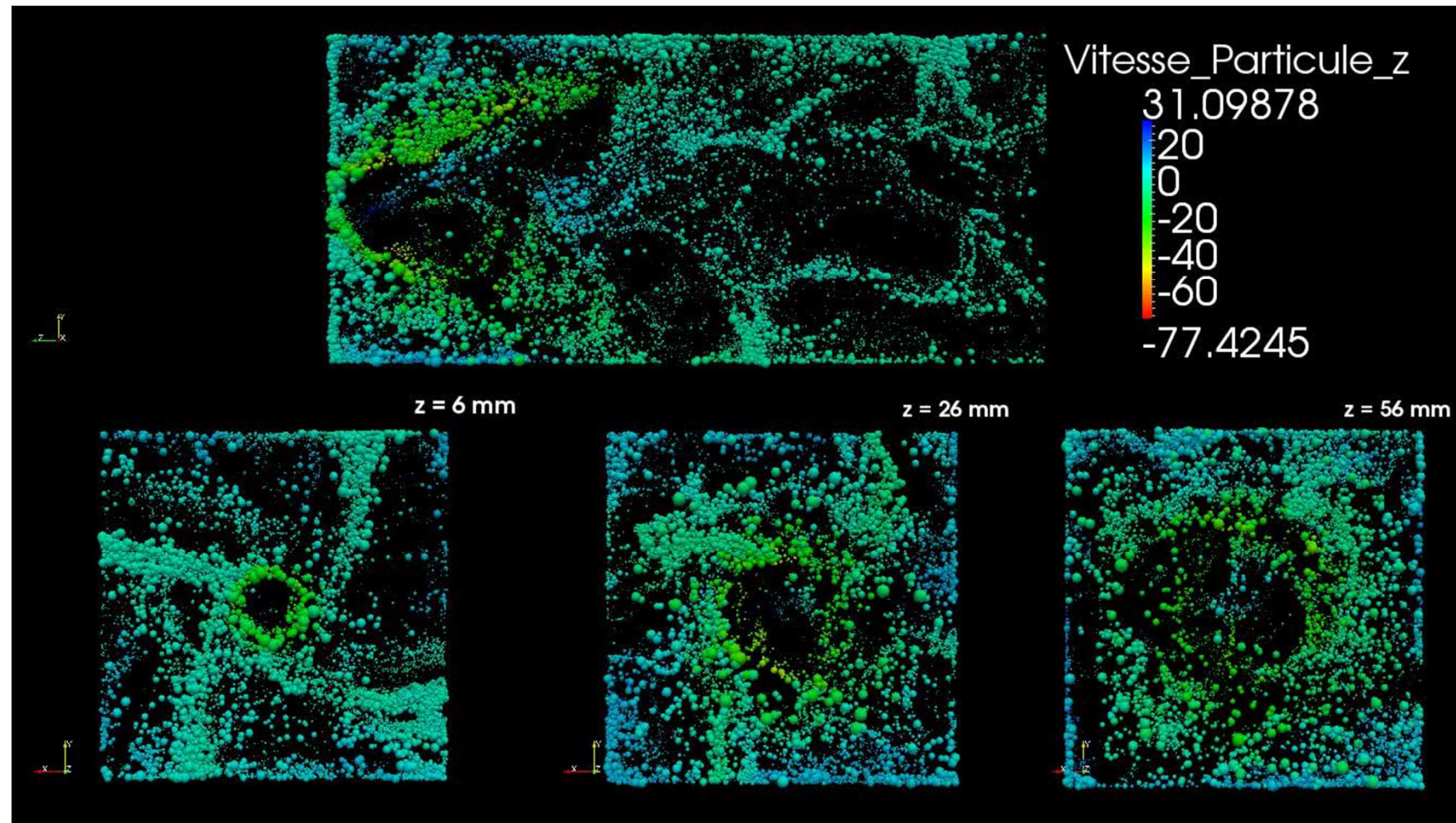
$St=1$

Example de simulation particules ponctuelles: LES-DPS



ONERA-DMAE
(thèse Bodoc)

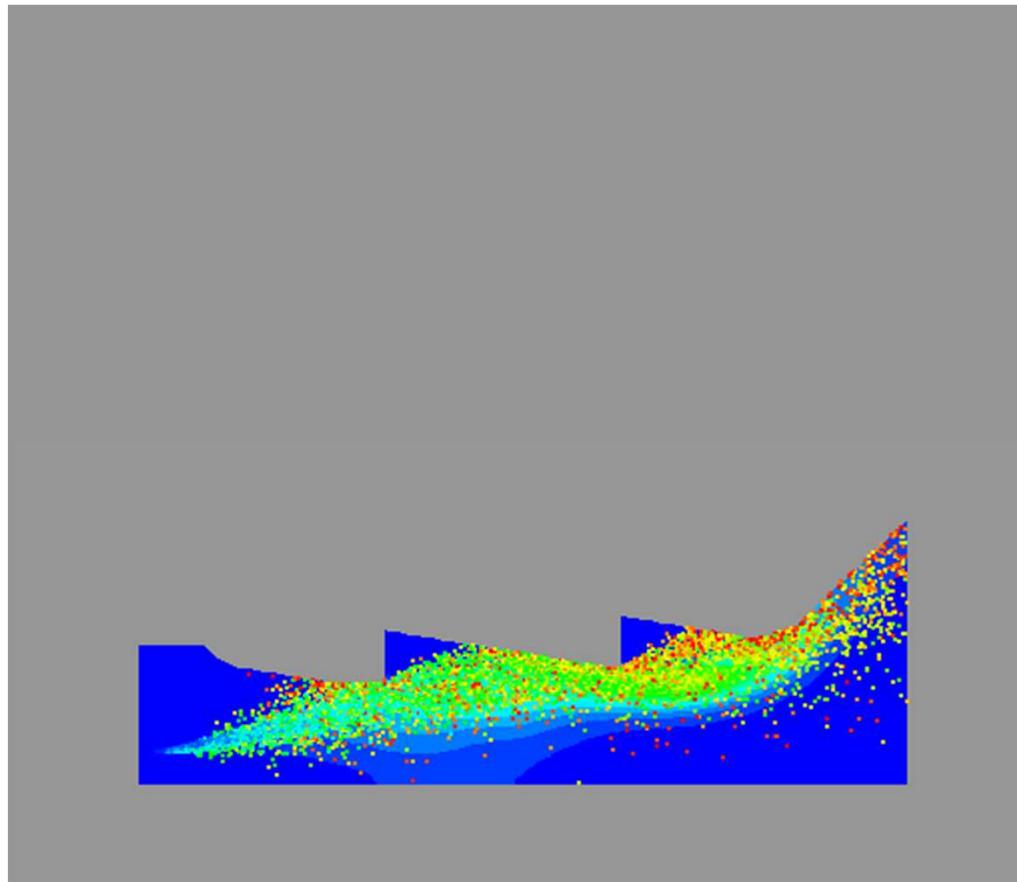
Example de simulation particules ponctuelles: LES-DPS banc mercato



ONERA-DMAE(thèse Bruyat)

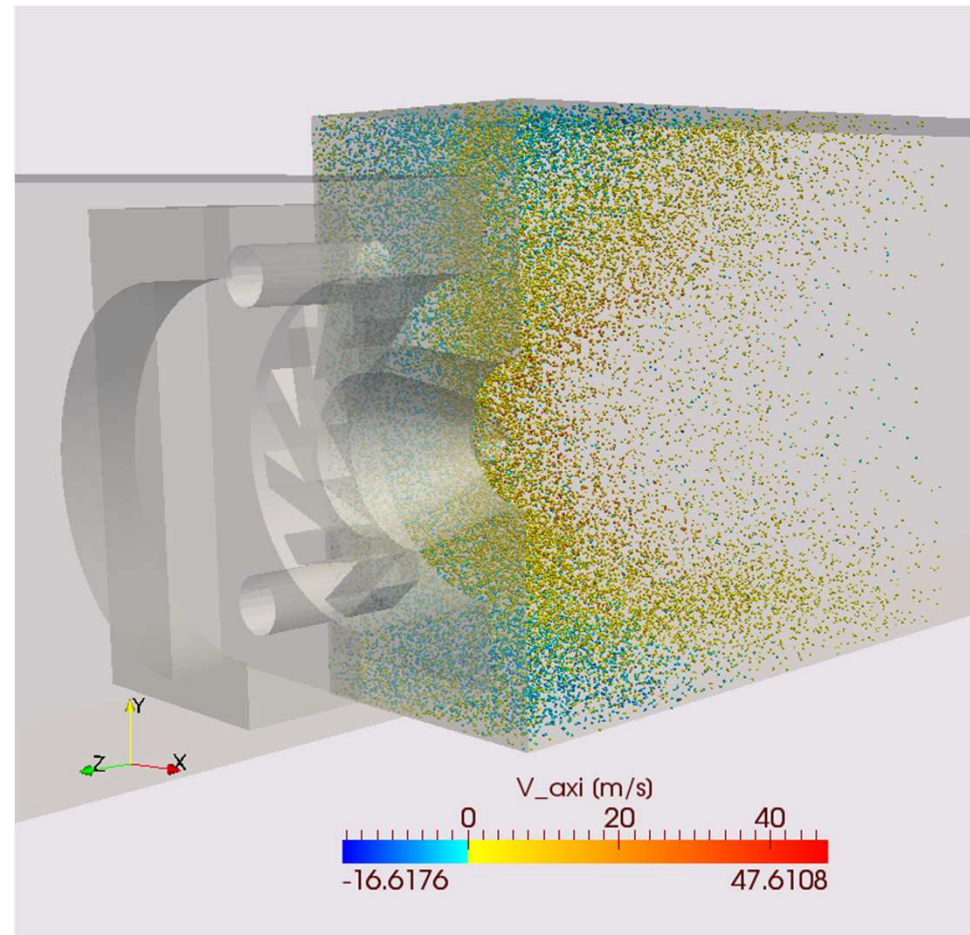
Exemple de simulation RANS + particules (pdf)

Calcul LPP



Exemple de simulation RANS +particules (pdf)

Calcul allumage banc mercato :
(thèse Linassier)



Numerical Point Of View

HYBRID MODEL :

Kinetic equation for the particulate phase probability density function $f(t, x, v, r, \dots)$ coupled with the Navier-Stokes equations with source terms for the fluid phase.

↓ $h, N, \Delta t$

EULERIAN / LAGRANGIAN NUMERICAL METHOD

Stochastic particle method for the particulate phase (kinetic equation) coupled with a Finite volume method for the continuous phase (Navier-Stokes equations)

TWO-FLUID MODEL

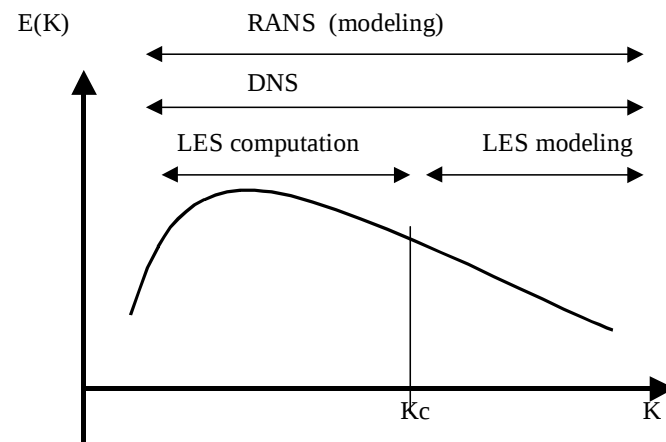
Set of conservation equations for some moments of the spray p.d.f. $(n_p, \alpha_p \rho_p, \alpha_p \rho_p V_p, \dots)$ coupled with the Navier-Stokes equations with source terms for the fluid phase.

↓ $h, \Delta t$

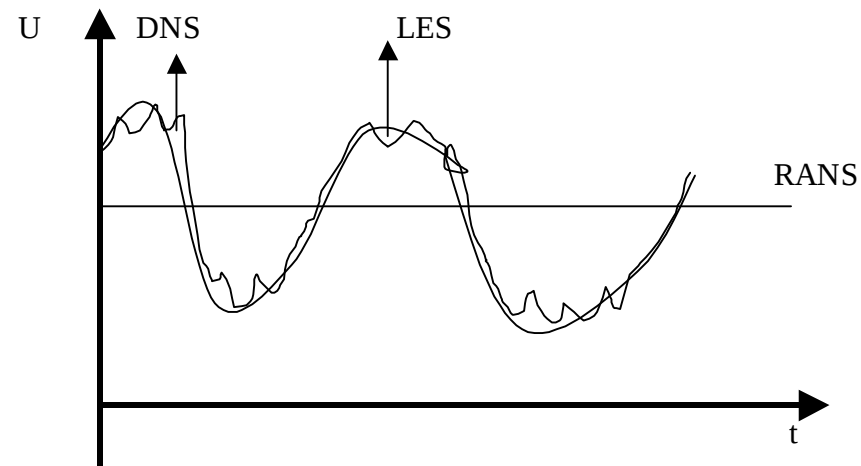
EULERIAN / EULERIAN NUMERICAL METHOD

Finite volume method for the whole system of conservation equations

For the gas phase



Different approaches for flow computation



Comparison DNS/LES/RANS

Comparison DNS/LES/RANS		
Approaches	Advantages	Disadvantages
<u>RANS</u>	Low computation cost and low resolution	Mean aerodynamic fields only
<u>LES</u>	Unsteady computation producing a real behavior of the large scales of the turbulence. Application to the computation of the unsteady reactive flow inside a combustion chamber	Only one part of the spectrum is computed, high computation cost
<u>DNS</u>	No model	Very high computational cost, application only on simple geometries and low Re flows.

Euler-Euler approach for two phase flows

Advantages and disadvantages of this approach

- The particle phase is treated as a continuous phase

Advantages:

- Easy elaboration of the code, the computations for the two phases are identical
- The volume occupied by the dispersed phase is taken into account in the equations.
- The action of the dispersed phase on the gas phase . (Two Way Coupling) is “naturally” taken into account.

Disadvantages:

- The integration of the physical models due to the presence of the dispersed phase is very difficult: droplet evaporation, condensation, atomisation, droplet-wall interaction, secondary break up, collision....
- Difficulties to considered a polydisperse size distribution for the dispersed phase, that is a main disadvantage for this method, in different burners at the exit of injection devices the spray is polydisperse.

The cost can become high by considering a polydisperse size distribution.

Euler-Lagrange approach for two phase flows

Advantages and disadvantages:

Advantages

- The using is very simple (some problems can be encountered for the Two Way coupling depending of the importance of sources terms.
- The integration of the physical models is very easy, it is for this reason that this approach is often used to simulate the reactive two phase flows inside a combustion chamber of air-breathing or rocket engines
- Different injection points can be chosen with for each point different size classes (example : to compute a spray, 10 injection points are generally chosen with 5 size per point, each class representing a droplet package. Each package can be injected with the one frequency. The droplet size, velocity, temperature and frequency are provided by experiment by using optical techniques such as: Malvern, PDPA (for the droplet size and velocity), LDA (for the aerodynamic field), rainbow and LIF (for the droplet temperature)...

Disadvantages:

- The computation cost can become high

The volume occupied by the particles is not taken into account, inducing some problems for dense two flow computations. However, to consider a four way coupling some empirical correlation can be used to treat the droplet-droplet interactions. Some correlation have been derived by ONERA to correct the evolution of the drag coefficient, the evaporation rate and the burning rates with the droplet spacing (ratio between the mean distance between the droplets and the mean size of the droplets).

Equation du mouvement 1)

$$\frac{d \mathbf{x}_p}{d t} = \mathbf{v}_p, \quad \frac{d \mathbf{v}_p}{d t} = \frac{\mathbf{F}_p}{m_p}$$

$$\mathbf{F}_p = \underbrace{\frac{1}{2} \pi \rho_g r_p^2 C_D \left\| \mathbf{V}_g(t, \mathbf{x}_p) - \mathbf{v}_p \right\| (\mathbf{V}_g(t, \mathbf{x}_p) - \mathbf{v}_p)}_{\text{force de traînée}} + \underbrace{\frac{4}{3} \pi \rho_p r_p^3 \mathbf{g}}_{\text{force de gravité}}$$

+ Forces d'inertie si repère non galiléen

- Le coefficient de traînée C_D est fonction du nombre de Reynolds particulaire Re_p et du nombre de Mach particulaire M_p .

$$Re_p = \frac{2 \rho_g \left\| \mathbf{V}_g - \mathbf{v}_p \right\| r_p}{\mu_g}$$

$$M_p = \frac{\left\| \mathbf{V}_g - \mathbf{v}_p \right\|}{c_g}$$

- Dans l'expression de la force de traînée, $\mathbf{V}_g$ désigne la *vitesse instantannée* du gaz au point où se trouve la particule → nécessité d'un modèle si écoulement turbulent et approche RANS.

Equation du mouvement 2)

L'expression du coefficient de traînée est donné par une relation semi-empirique généralisant la formule de Stokes $C_D = 24/Re_p$, valable uniquement pour les très petites gouttes.

Loi de Shiller et Naumann (1933)

$$\begin{cases} C_D = \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.687}) & \text{si } Re_p < 1000 \\ C_D = 0.445 & \text{si } Re_p > 1000 \end{cases}$$

avec

$$Re_p = \frac{2\rho_g r_p \|\mathbf{V}_g(t, \mathbf{x}_p) - \mathbf{v}_p\|}{\mu_g}$$

Pour écoulements fortement compressibles : prise en compte d'une correction tenant compte de l'influence du nombre de Mach M_p

Equation du mouvement 3)

Temps de réponse dynamique d'une particule : τ_p

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}_p}{dt} = \mathbf{v}_p \\ \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = f(\text{Re}_p) \frac{\mathbf{u}_g(t, \mathbf{x}_p) - \mathbf{v}_p}{\tau_p} + \mathbf{g} \end{cases}$$

avec

$$\tau_p = \frac{2\rho_p r_p^2}{9\mu_g}$$

$$f(\text{Re}_p) = 1 + 0.15 \text{Re}_p^{0.687}$$

Notion de vitesse vue

En général, le champ de vitesse instantanée du gaz n'est pas connu.

On connaît uniquement (par résolution numérique des équations de Navier-Stokes moyennées) :

- le champ de vitesse moyenne : $\mathbf{U}_g(t, \mathbf{x})$
- deux grandeurs moyennes caractérisant des propriétés statistiques de la turbulence; en général ce sont l'énergie cinétique moyenne de la turbulence $k_g(t, \mathbf{x})$ et son taux de dissipation moyen $\epsilon_g(t, \mathbf{x})$.

A partir de ces grandeurs, il est nécessaire de se donner un modèle permettant d'estimer la vitesse turbulente $\mathbf{u}_g'(t, \mathbf{x}_p(t))$ « vue » par une goutte le long de sa trajectoire.

Rappel de THIS

(Turbulence Homogène Isotrope Stationnaire)

Hypothèses sur les propriétés statistiques du champ turbulent u'_g :

- corrélations spatiales. $\langle u'_{g,i}(t, \mathbf{x}) u'_{g,j}(t, \mathbf{y}) \rangle = \mathbf{Q}_{ij}(\mathbf{r}) = \sigma_g^2 \left[g(r) \delta_{ij} + (f(r) - g(r)) \xi_i \xi_j \right]$

avec $\mathbf{r} = (\mathbf{x} - \mathbf{y}) = r \boldsymbol{\xi}$

f et g sont les fonctions d'auto-corrélation spatiales, longitudinale et transversale.

- corrélation temporelles.

- point de vue eulérien : $\langle u'_{g,i}(t, \mathbf{x}) u'_{g,j}(s, \mathbf{x}) \rangle = \mathbf{R}_{ij}^E(t-s) = \sigma_g^2 h_e(t-s) \delta_{ij} = \sigma_g^2 e^{-\frac{t-s}{\tau_E}} \delta_{ij}$

- point de vue lagrangien : $\langle u'_{g,i}(t, \mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0)) u'_{g,j}(s, \mathbf{x}(s, \mathbf{x}_0)) \rangle = \mathbf{R}_{ij}^L(t-s) = \sigma_g^2 h_l(t-s) \delta_{ij} = \sigma_g^2 e^{-\frac{t-s}{\tau_L}} \delta_{ij}$

Sachant que (résultat expérimental) $\tau_E \approx \tau_L$, on supposera que le long de la trajectoire d'une particule inertielle, on a également :

$$\langle u'_{g,i}(t, \mathbf{x}_p(t, \mathbf{x}_{p0})) u'_{g,j}(s, \mathbf{x}_p(s, \mathbf{x}_{p0})) \rangle = \sigma_g^2 e^{-\frac{t-s}{\tau_g}} \delta_{ij}$$

avec $\tau_g = \tau_L$

Diffusion turbulente de particules fluides dans une THIS 1)

Importance du tenseur d'auto-corrélation lagrangien pour la diffusion d'un traceur passif (d'après l'analyse de Taylor, Proc. Of London Math. Soc., 1921)

$$\frac{dx_i}{dt}(t) = v_i(t) \quad ; \quad x_i(0) = 0 \quad x_i(t) = \int_0^t v_i(s) ds$$

$$\langle x_i(t)^2 \rangle = \iint_D \langle v_i(t_1) v_i(t_2) \rangle dt_1 dt_2 = \iint_{D'} \langle v_i(t_1) v_i(t_1 + \tau) \rangle dt_1 d\tau = \langle v_i^2 \rangle \iint_{D'} R_{ii}^L(\tau) dt_1 d\tau$$

$$R_{ii}^L(\tau) = \langle v_i(t) v_i(t + \tau) \rangle / \langle v_i^2(t) \rangle = \langle v_i(t) v_i(t + \tau) \rangle / \langle v_i^2 \rangle$$

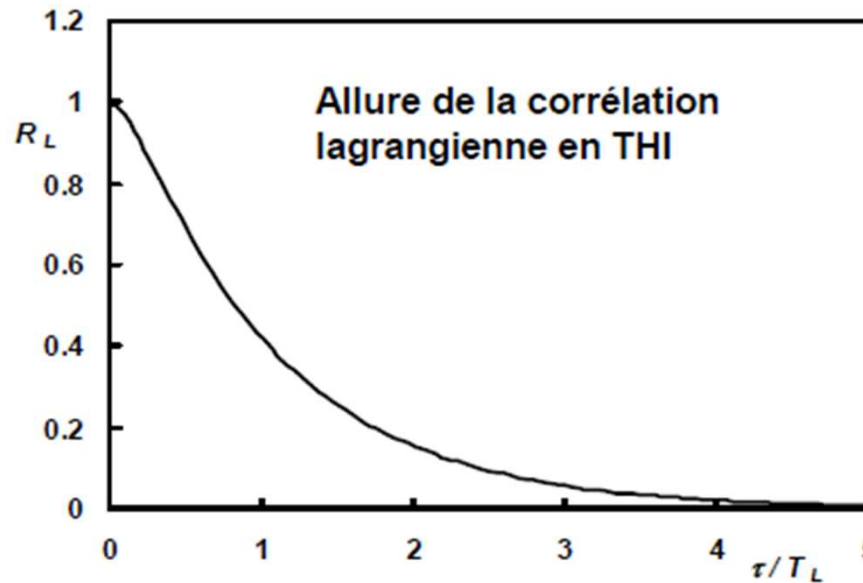
$$\langle x_i(t)^2 \rangle = \langle v_i^2 \rangle \iint_{D'} R_{ii}^L(\tau) dt_1 d\tau = 2t \langle v_i^2 \rangle \int_0^t (1 - \tau/t) R_{ii}^L(\tau) d\tau$$

$$\sigma^2(t) = \langle x_i(t)^2 \rangle \approx 2t \langle v_i^2 \rangle \int_0^t R_{ii}^L(\tau) d\tau = 2t \langle v_i^2 \rangle \tau_L \quad \text{(pour } t \gg \tau_L \text{)}$$

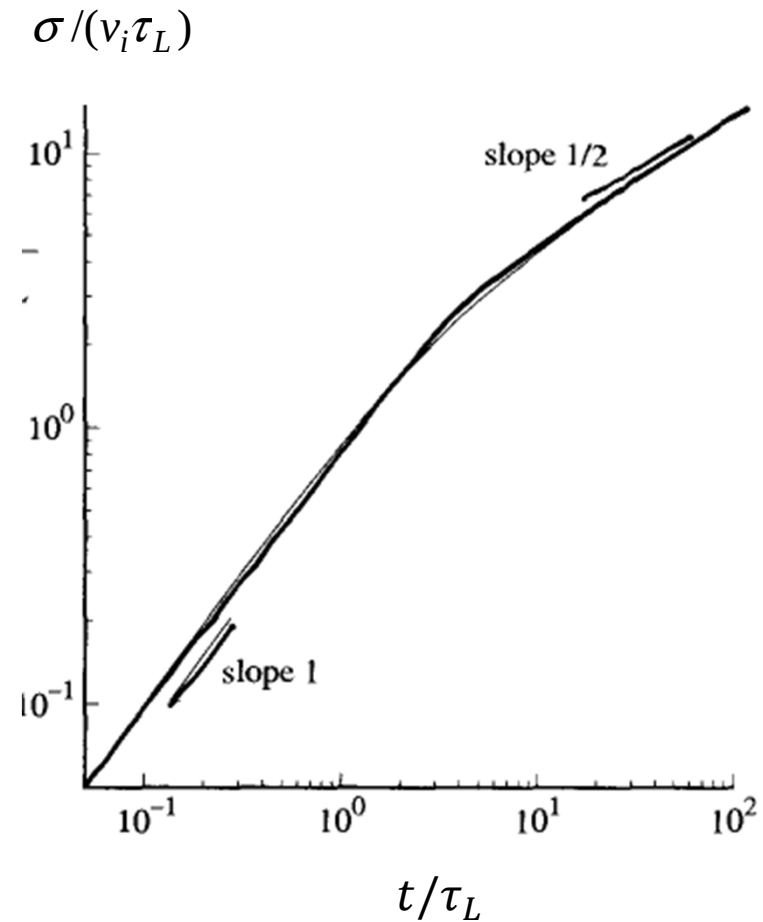
Coefficient de diffusion turbulente

$$\sigma^2(t) = \langle x_i(t)^2 \rangle \approx 2 \langle v_i^2 \rangle \int_0^t (t - z) R_{ii}^L(z) dz = t^2 \langle v_i^2 \rangle \quad \text{(pour } t \ll \tau_L \text{)}$$

Diffusion turbulente de particules fluides dans une THI 2)



$$R^L(\tau) \approx e^{-t/\tau_L}$$



(Pope Turbulent flows 2002)

Modèle de Langevin pour la dispersion de particules fluides dans une THIS 1)

- Modèle stochastique développé au départ par Langevin pour la vitesse d'une particule microscopique dans un mouvement brownien

$$d\mathbf{u}_g(t) = -\frac{1}{\tau_g} \mathbf{u}_g(t) dt + \sqrt{\frac{2\sigma_g^2}{\tau_g}} d\mathbf{W}(t)$$

$$\begin{aligned} \langle \xi(t) \rangle &= 0, \\ \langle \xi^2(t) \rangle &= 1, \\ \langle \xi(t) \xi(t') \rangle &= 0, t \neq t' \end{aligned}$$

$$\mathbf{u}_g(t + \Delta t) = \mathbf{u}_g(t) - \frac{1}{\tau_g} \mathbf{u}_g(t) \Delta t + \sqrt{\frac{2\sigma_g^2 \Delta t}{\tau_g}} \xi(t)$$

Partie déterministe qui relaxe vers 0 qd $t \rightarrow \infty$

Terme de diffusion turbulente d'écart type

$$\sigma \sqrt{2dt/\tau_g}$$

Modèle de Langevin pour la dispersion de particules fluides dans une THIS 2)

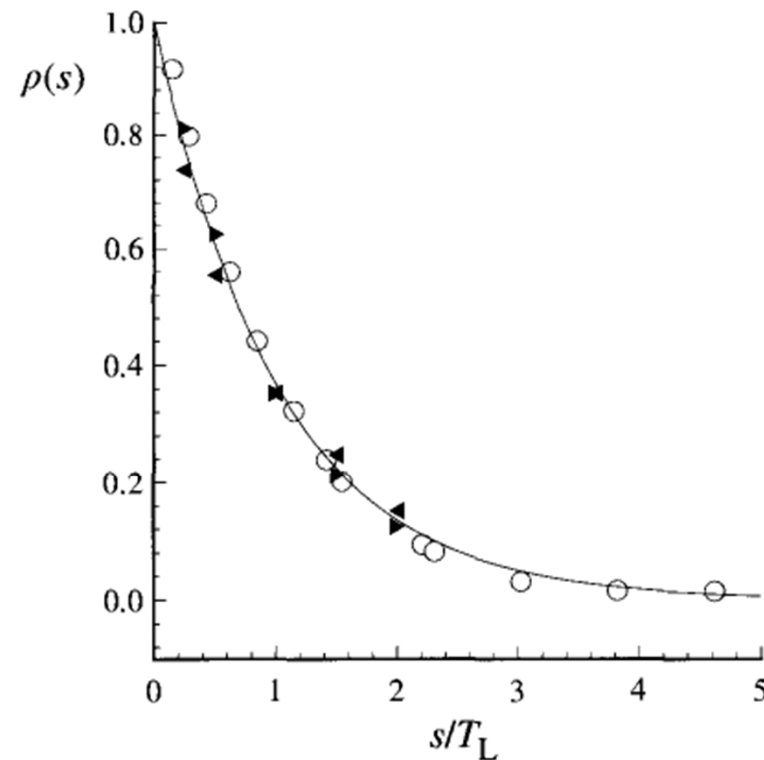


Fig. 12.7. The Lagrangian velocity autocorrelation function. Line, Langevin model $\rho(s) = \exp(-s/T_L)$; solid symbols, experimental data of Sato and Yamamoto (1987) $\triangleright$, $R_\lambda = 46$ and $\blacktriangleleft$, $R_\lambda = 66$; open symbols, DNS data of Yeung and Pope (1989), $R_\lambda = 90$.

From Pope : Turbulent flows

Modèle de Langevin pour la dispersion de particules fluides dans une THIS 3)

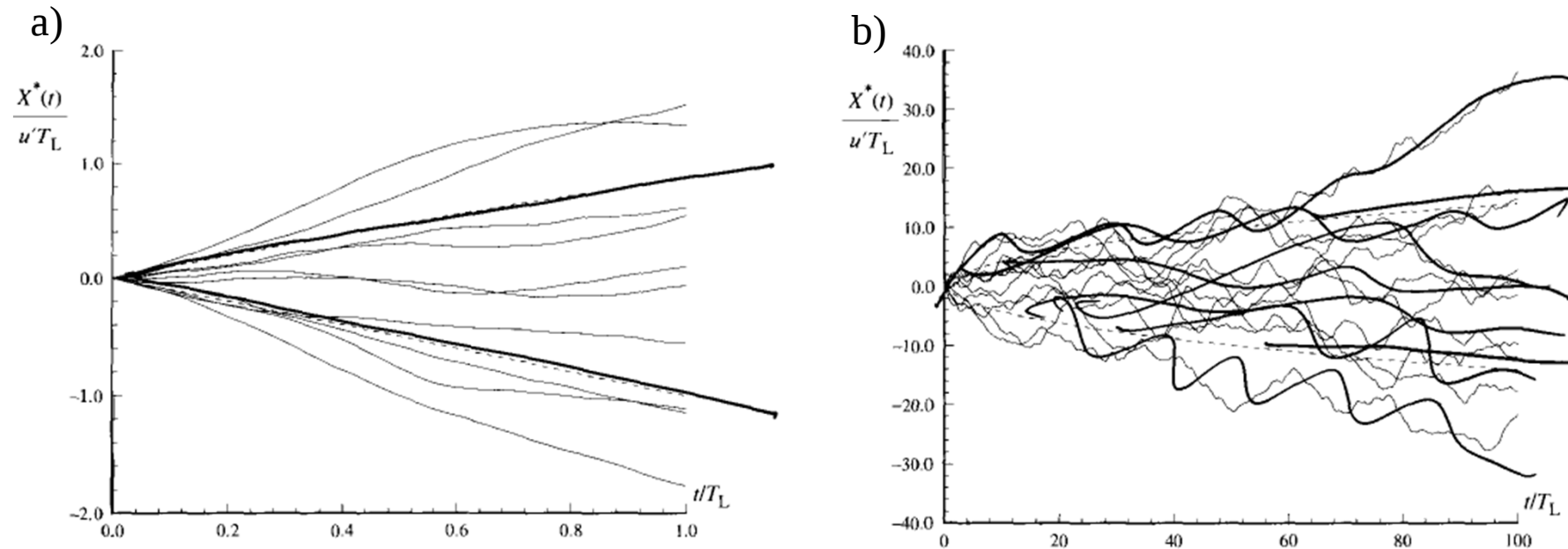


Fig. 12.11. Samples of fluid-particle paths given by the Langevin model, shown for (a) moderate times and (b) long times. The dashed lines show $\pm\sigma_X(t)$.

From Pope :Turbulent flows

Transport de particules dans une THI stationnaire

Equations du mouvement d'une particule.

On pose : $\mathbf{u}_p(t) = \mathbf{u}'_g(t, \mathbf{x}_p(t, \mathbf{x}_{p0}))$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\mathbf{x}_p}{dt} = \mathbf{v}_p \\ \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \frac{\mathbf{u}_p - \mathbf{v}_p}{\tau_p} \\ d\mathbf{u}_p = -\frac{1}{\tau_g} \mathbf{u}_p dt + \sqrt{\frac{2\sigma_g^2}{\tau_g}} d\mathbf{W}_t \end{array} \right.$$

⇒ Processus aléatoire $\mathbf{Z}_p = (\mathbf{x}_p, \mathbf{v}_p, \mathbf{u}_p)$

Par construction, le processus $\mathbf{u}_p(t)$ ainsi défini vérifie :

$$\langle u_{p,i}(t) u_{p,j}(s) \rangle = \mathbf{R}_{ij}^L(t-s) = \sigma_g^2 e^{-\frac{t-s}{\tau_g}} \delta_{ij}$$

Références: Shuen, Chen et Faeth (1983), Sawford (1984), Pope (1985), Simonin, Deutsch et Minier (1993), Minier-Peirano (2001), etc.

Transport de particules dans une THI stationnaire

Equation vérifiée par la densité de probabilité jointe $f_{pg}(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}, \mathbf{u})$:

$$\frac{\partial f_{pg}}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{x}} \cdot (\mathbf{v} f_{pg}) + \nabla_{\mathbf{v}} \cdot \left(\frac{\mathbf{u} - \mathbf{v}}{\tau_p} f_{pg} \right) - \nabla_{\mathbf{u}} \cdot \left(\frac{\mathbf{u}}{\tau_g} f_{pg} \right) - \Delta_{\mathbf{u}} \left(\frac{\sigma_g^2}{\tau_g} f_{pg} \right) = 0$$

Forme adimensionnée de l'équation.

On pose : $t = T t'$; $\mathbf{x} = L \mathbf{x}'$; $\mathbf{v} = L / T \mathbf{v}'$; $\mathbf{u} = L / T \mathbf{u}'$; $\sigma_g = L / T \sigma_g'$;

$K_p = \tau_p / T$; $K_g = \tau_g / T$; $St = \tau_p / \tau_g$ (Stokes number)

$$\frac{\partial f'_{pg}}{\partial t'} + \nabla_{\mathbf{x}'} \cdot (\mathbf{v}' f'_{pg}) + \frac{1}{K_p} \nabla_{\mathbf{v}'} \cdot ((\mathbf{u}' - \mathbf{v}') f'_{pg}) - \frac{1}{K_g} \left[\nabla_{\mathbf{u}'} \cdot (\mathbf{u}' f'_{pg}) + \sigma_g'^2 \Delta_{\mathbf{u}'} (f'_{pg}) \right] = 0$$

Transport de particules dans une THI stationnaire

1^{ère} limite : K_p fixé ($T \approx \tau_p$) ; $K_g \rightarrow 0$ (càd $St \rightarrow \infty$)

On a (formellement) :

$$f_{pg}(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}, \mathbf{u}) = M_{\sigma_g}(\mathbf{u}) \left[f_p(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) - \frac{1}{St} \mathbf{u} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_p(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) \right] + O\left(\frac{1}{St^2}\right)$$

où

$$M_{\sigma_g}(\mathbf{u}) = \frac{1}{(2\pi\sigma_g^2)^{d/2}} \exp\left(\frac{-\mathbf{u}^2}{2\sigma_g^2}\right)$$

et où f_p est solution de l'équation réduite (de type Fokker – Planck) :

$$\boxed{\frac{\partial f_p}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{x}} \cdot (\mathbf{v} f_p) + \nabla_{\mathbf{v}} \cdot \left(-\frac{\mathbf{v}}{\tau_p} f_p - D_v \nabla_{\mathbf{v}} f_p \right) = 0} \quad \text{avec :} \quad \boxed{D_v = \frac{\sigma_g^2 \tau_g}{\tau_p^2} = O\left(\frac{1}{St}\right)}$$

Transport de particules dans une THI stationnaire

2^{ème} limite : K_g fixé ($T \approx \tau_g$) ; $K_p \rightarrow 0$ (càd $St \rightarrow 0$)

On a (formellement) :

$$f_{pg}(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}, \mathbf{u}) = \frac{1}{(2\pi St \sigma_g^2)^{d/2}} \exp\left(\frac{-|\mathbf{v} - \mathbf{u}|^2}{2 St \sigma_g^2}\right) f_g(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) + O(\sqrt{St})$$

où f_p est solution de l'équation :

$$\boxed{\frac{\partial f_g}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{x}} \cdot (\mathbf{u} f_g) + \nabla_{\mathbf{u}} \cdot \left(-\frac{\mathbf{u}}{\tau_g} f_g - D_u \nabla_{\mathbf{u}} f_g \right) = 0} \quad \text{avec :} \quad \boxed{D_u = \frac{\sigma_g^2}{\tau_g}}$$

Idée : on pose $\mathbf{w} = (\mathbf{v} - \mathbf{u})/St^{1/2}$, et on écrit l'équation vérifiée par

$$h_{pg}(t, \mathbf{x}, \mathbf{w}, \mathbf{u}) = St^{d/2} f_{pg}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u} + St^{1/2} \mathbf{w}, \mathbf{u}) \Leftrightarrow f_{pg}(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}, \mathbf{u}) = St^{-d/2} h_{pg}(t, \mathbf{x}, (\mathbf{v} - \mathbf{u})/St^{1/2}, \mathbf{u})$$

$\Rightarrow$ Élimination de la singularité.

$\Rightarrow$ Puis développement asymptotique à l'ordre 0 uniquement en fonction de S.

Transport de particules dans une THI stationnaire

3^{ème} limite : St fixé, $K = \max(K_p, K_g) \rightarrow 0$ ($T \gg \max(\tau_g, \tau_p)$)

On a (formellement) :

$$f_{pg}(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}, \mathbf{u}) = M_{S, \sigma_g}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) [n_p(t, \mathbf{x}) - \tau_g [(2 + St)\mathbf{v} - \mathbf{u}] \cdot \nabla_{\mathbf{x}} n_p(t, \mathbf{x})] + O(K^2)$$

où

$$M_{St, \sigma_g}(\mathbf{v}, \mathbf{u}) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2} \det(\Sigma)} \exp\left(-\frac{(\mathbf{v}, \mathbf{u})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{v}, \mathbf{u})}{2}\right)$$

avec $\Sigma = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_g^2}{1+St} \mathbf{Id} & \frac{\sigma_g^2}{1+St} \mathbf{Id} \\ \frac{\sigma_g^2}{1+St} \mathbf{Id} & \sigma_g^2 \mathbf{Id} \end{pmatrix}$

et où n_p est solution de l'équation de diffusion:

$$\boxed{\frac{\partial n_p}{\partial t} - \nabla_{\mathbf{x}} \cdot (D \nabla_{\mathbf{x}} n_p) = 0} \quad \text{avec} \quad \boxed{D = \sigma_g^2 \tau_g}$$

Preuve : cas similaire à celui de la limite 1 avec opérateur $A(f)$ plus complexe faisant intervenir les deux variables $\mathbf{v}$ et $\mathbf{u}$. Unicité de la distribution d'équilibre plus complexe à prouver.

Remarques :

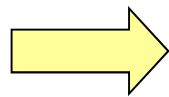
- D est indépendant de τ_p !

- A l'équilibre, on a : $\langle \mathbf{v}_p \otimes \mathbf{v}_p \rangle = \frac{\sigma_g^2}{1+St} \mathbf{Id} \quad \longrightarrow \quad |\mathbf{v}_{p,i}| \approx \frac{\sigma_g}{\sqrt{1+St}}$

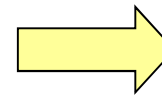
Influence d'un champ de forces uniforme

- Vitesse relative moyenne d'une particule dans un champ de forces uniforme

$$\frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \frac{\mathbf{u}'_g(t, \mathbf{x}_p) - \mathbf{v}_p}{\tau_p} + \mathbf{g} \quad \leftarrow \text{Force par unité de masse}$$



$$\frac{d\langle \mathbf{v}_p \rangle}{dt} = \frac{-\langle \mathbf{v}_p \rangle}{\tau_p} + \mathbf{g}$$



$$\langle \mathbf{v}_p \rangle \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \mathbf{v}_d = \mathbf{g} \tau_p$$

- Influence de la "vitesse de dérive" sur le temps d'auto-corrélation lagrangien

Si $|\mathbf{v}_d| \rightarrow \infty$, la particule "voit" un champ turbulent fig  $\rightarrow$ le temps d'auto-corrélation τ_g^* de la turbulence le long de sa trajectoire n'est fonction que de $|\mathbf{v}_d|$ et de l'échelle d'auto-corrélation spatiale de la turbulence Λ . Typiquement :

$$\text{Si } |\mathbf{v}_d| \rightarrow \infty, \quad \tau_g^* \approx \frac{\Lambda}{|\mathbf{v}_d|}$$

Influence d'un champ de forces uniforme

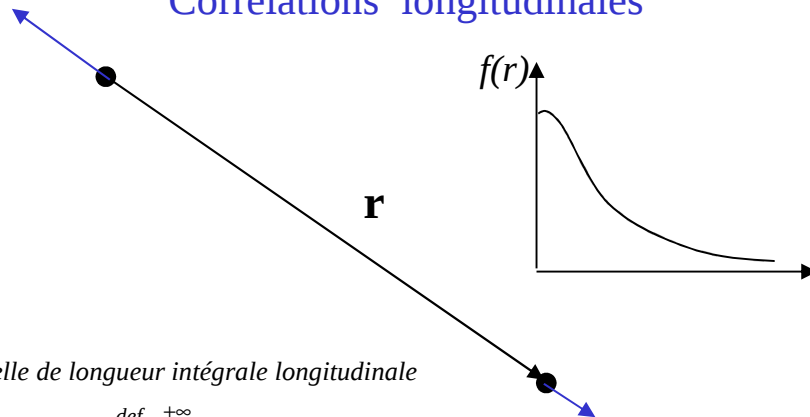
Modèle phénoménologique de Csanady (1/2)

Dans une THIS, on a : $\langle u'_{g,i}(t, \mathbf{x}) u'_{g,j}(t, \mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle = \mathbf{Q}_{ij}(\mathbf{r}) = \sigma_g^2 \left[g(r) \left(\delta_{ij} - \frac{r_i r_j}{r^2} \right) + f(r) \frac{r_i r_j}{r^2} \right]$

Supposons : $\mathbf{r} = (r, 0, 0)$. On obtient alors :

$$\langle u'_{g,1}(t, \mathbf{x}) u'_{g,1}(t, \mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle = \sigma_g^2 f(r)$$

Corrélations longitudinales

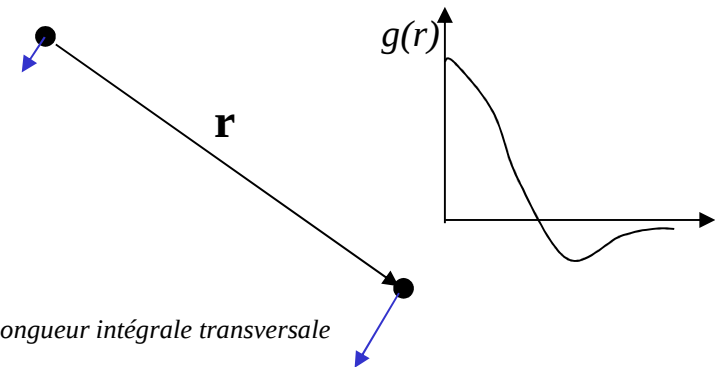


Echelle de longueur intégrale longitudinale

$$\Lambda_f \stackrel{\text{def}}{=} \int_0^{+\infty} f(r) dr$$

$$\langle u'_{g,2}(t, \mathbf{x}) u'_{g,2}(t, \mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle = \langle u'_{g,3}(t, \mathbf{x}) u'_{g,3}(t, \mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle = \sigma_g^2 g(r)$$

Corrélations transversales



Echelle de longueur intégrale transversale

$$\Lambda_g \stackrel{\text{def}}{=} \int_0^{+\infty} g(r) dr = \frac{\Lambda_f}{2} \quad (\text{si écoulement incompressible})$$

Influence d'un champ de forces uniforme

Modèle phénoménologique de Csanady (2/2)

$$\langle u'_{g,i}(t, \mathbf{x}_p(t, \mathbf{x}_{p0})) u'_{g,j}(t+s, \mathbf{x}_p(t+s, \mathbf{x}_{p0})) \rangle = \mathbf{R}_{ij}^L(s) = \sigma_g^2 \left[\exp\left(-\frac{s}{\tau_{\perp}}\right) (\delta_{ij} - \zeta_i \zeta_j) + \exp\left(-\frac{s}{\tau_{\parallel}}\right) \zeta_i \zeta_j \right]$$

avec

$$\zeta = \frac{\mathbf{v}_d}{|\mathbf{v}_d|} = \frac{\mathbf{g}}{|\mathbf{g}|}$$

$$\tau_{\parallel} = \frac{\tau^L}{\sqrt{1 + \beta_{\parallel}^2 \frac{|\mathbf{v}_d|^2}{\sigma_g^2}}}$$

$$\tau_{\perp} = \frac{\tau^L}{\sqrt{1 + \beta_{\perp}^2 \frac{|\mathbf{v}_d|^2}{\sigma_g^2}}} = \frac{\tau^L}{\sqrt{1 + 4\beta_{\parallel}^2 \frac{|\mathbf{v}_d|^2}{\sigma_g^2}}} < \tau_{\parallel}$$

où

$$\beta_{\parallel} = \frac{\sigma_g^2 \tau^L}{\Lambda_f}$$

$$\beta_{\perp} = \frac{\sigma_g^2 \tau^L}{\Lambda_g} = 2\beta_{\parallel}$$

Par construction le modèle est consistant pour $v_d \rightarrow 0$ et $v_d \rightarrow \infty$.

Influence d'un champ de forces uniforme

Équations du mouvement d'une particule dans une THIS en présence d'un champ de forces uniforme.

On pose : $\mathbf{u}_p(t) = \mathbf{u}'_g(t, \mathbf{x}_p(t, \mathbf{x}_{p0}))$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\mathbf{x}_p}{dt} = \mathbf{v}_p \\ \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \frac{\mathbf{u}_p - \mathbf{v}_p}{\tau_p} + \mathbf{g} \\ d\mathbf{u}_p = -\frac{1}{\tau_g} \mathbf{G} \mathbf{u}_p dt + \sqrt{\frac{2\sigma_g^2}{\tau_g}} \mathbf{G}^{1/2} d\mathbf{W}_t \end{array} \right.$$

Sans dimension, mais fonction de l'inertie de la particule

avec

$$\mathbf{G} = \frac{\tau_g}{\tau_{\perp}} (\mathbf{I}_d - \boldsymbol{\zeta} \otimes \boldsymbol{\zeta}) + \frac{\tau_g}{\tau_{//}} \boldsymbol{\zeta} \otimes \boldsymbol{\zeta}$$

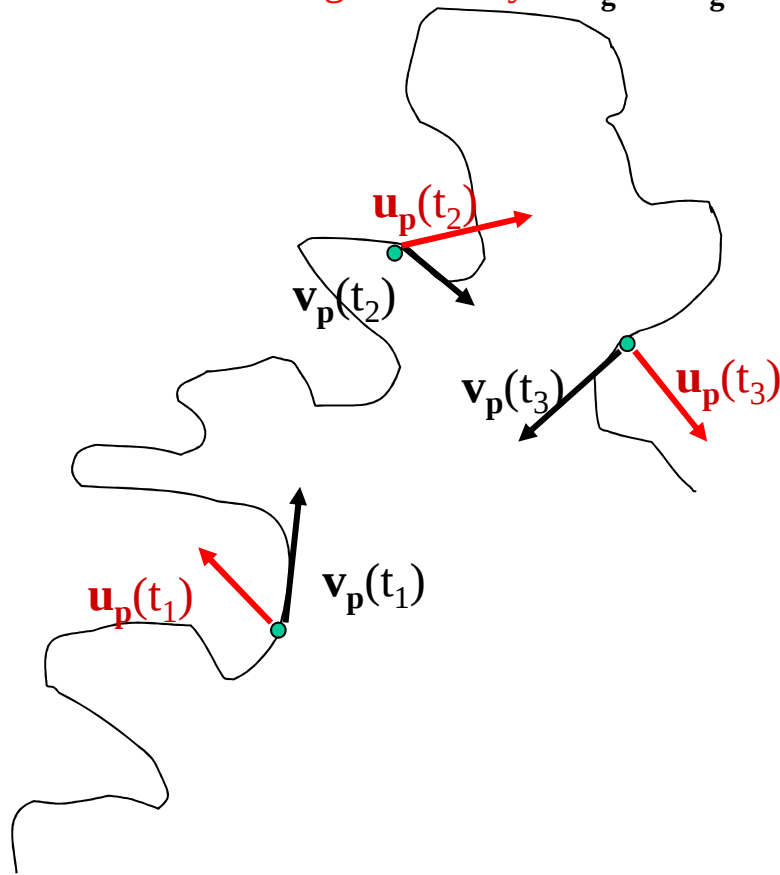
Par construction, le processus $\mathbf{u}_p(t)$ ainsi défini vérifie :

$$\langle \mathbf{u}_p(t) \mathbf{u}_p(t+s) \rangle = \sigma_g^2 \left[\exp\left(-\frac{s}{\tau_{\perp}}\right) (\delta_{ij} - \zeta_i \zeta_j) + \exp\left(-\frac{s}{\tau_{//}}\right) \zeta_i \zeta_j \right]$$

Modèle de dispersion turbulente des particules 1)

→ Particle velocity : $\mathbf{v}_p$

→ Instantaneous gas velocity : $\mathbf{V}_g = \overline{\mathbf{V}}_g + \mathbf{v}'_g$



Let $\mathbf{u}_p(t) = \mathbf{v}'_g(t, \mathbf{x}_p(t))$

$\mathbf{u}_p$ can be modelled by using a stochastic differential equation (Langevin Equation)

[Pope, An. Rev. of Fluid Mech., 1994]

The simplest model reads :

$$d\mathbf{u}_p = -\frac{\mathbf{u}_p}{\tau_g} dt + \sqrt{\frac{2 \sigma_g^2}{\tau_g}} d\mathbf{W}_t$$

3d Brownian Motion

Modèle de dispersion turbulente des particules 2)

Determination of the model parameters : σ_g and τ_g

If σ_g and τ_g are supposed to be constant, it can be easily deduced from the Langevin equation that :

$$\text{if } t \rightarrow +\infty , \\ \langle u_{p,i}(t)u_{p,j}(t) \rangle \rightarrow \sigma_g^2 \delta_{ij}$$

$$\text{if } t \rightarrow +\infty , \\ R_{ij}(t,s) = \frac{\langle u_{p,i}(t+s)u_{p,j}(t) \rangle}{\sqrt{\langle u_{p,i}(t)^2 \rangle} \sqrt{\langle u_{p,j}(t+s)^2 \rangle}} \rightarrow \exp\left(\frac{-s}{\tau_g}\right) \delta_{ij}$$

It yields the following expression for σ_g and τ_g :

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{2k_g}{3}} \quad \tau_g = C_\tau \frac{k_g}{\varepsilon_g}$$

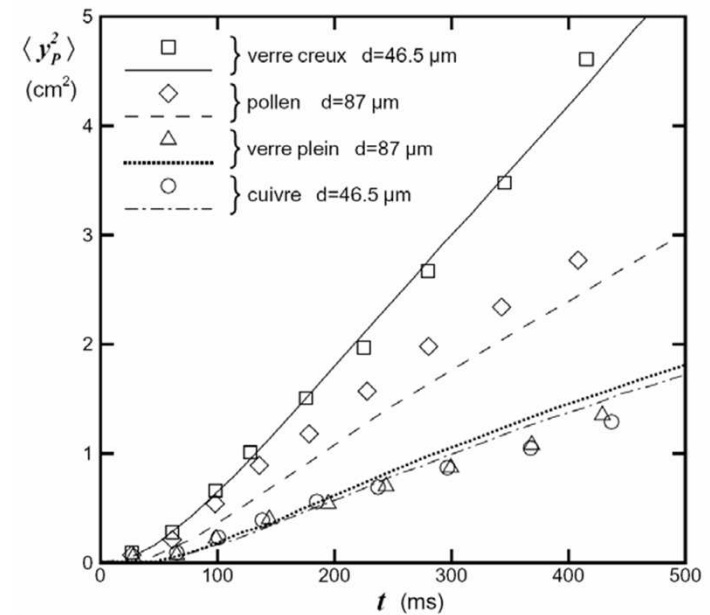
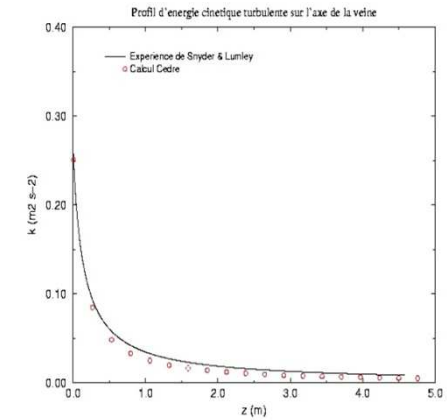
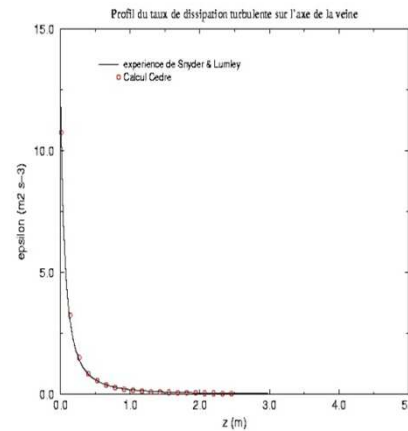
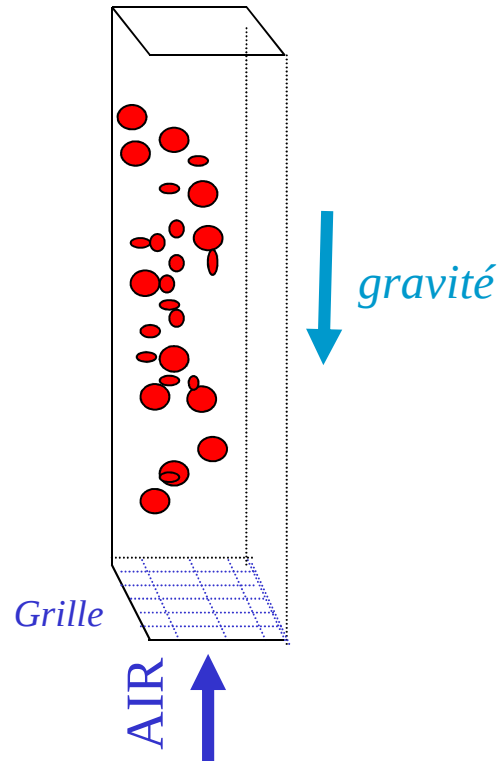
σ_g = gas velocity variance.

τ_g = lagrangian time scale of the turbulence along the particle path $\rightarrow$ necessity for a model to compute $C_\tau \rightarrow$ modèles « Langevin 1, 2 et 3 » de SPARTE.

Modèle de dispersion turbulente des particules 3)

Expérience de Snyder & Lumley

Turbulence
isotrope décroissante



Modélisation des échanges de chaleur 1)

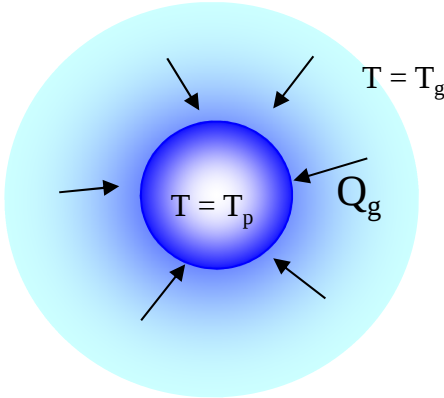
Modélisation des échanges de chaleur en l'absence d'évaporation

if $r \gg r_p$,
 $T = T_g$

Différence de température
gaz / particule

Echange de chaleur
gaz / particule

if $r = r_p$,
 $T = T_p$



$T = T_g$

$T = T_p$

Q_g

Solution analytique de l'équation
de la chaleur sous l'hypothèse de
symétrie sphérique

Nombre de Nusselt : permet de tenir compte
des effets convectifs

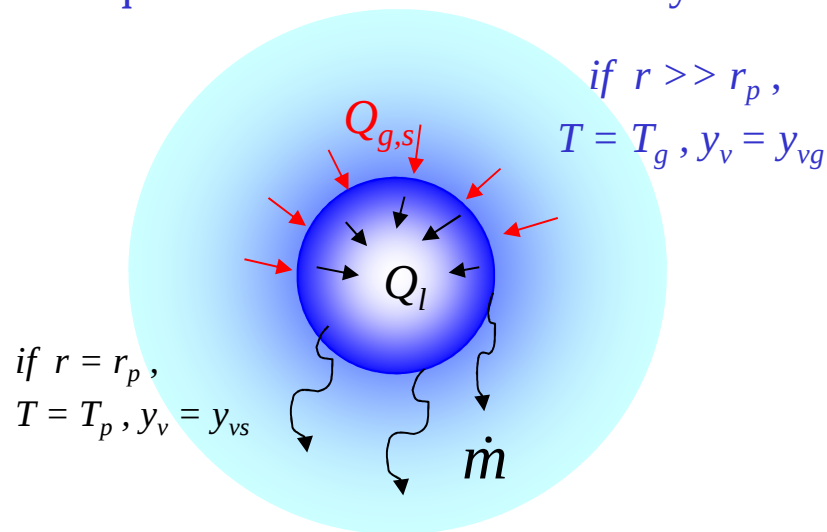
$$m_p c_l \frac{dT_p}{dt} = 2\pi N_u \lambda_g r_p (T_g - T_p)$$
$$Nu = 2 + 0.57 Re_p^{1/2} Pr^{1/3}$$

(Ranz-Marshall correlation, Chem. Eng. Progress, 1952)

Modélisation des échanges de chaleur 2)

Modélisation des phénomènes d'évaporation/condensation (1/2)

On montre, en résolvant analytiquement l'équation de conservation de la masse de vapeur à l'extérieur de la particule (sous l'hypothèse de symétrie sphérique), que le taux de variation du rayon est solution de l'équation :



avec

$$\frac{d(r_p^2)}{dt} = -K_{ev},$$

$$K_{ev} = \frac{\rho_g}{\rho_p} \mathcal{D}_v Sh \ln(1 + B_M)$$

$$B_M = \frac{y_{vs} - y_{vg}}{1 - y_{vg}}$$

$$Sh = 2$$

Remarque : on retrouve la loi dite du « D^2 » si K_{ev} est constante.

Modélisation des échanges de chaleur 3)

Modélisation des phénomènes d'évaporation/condensation (2/2)

- Le nombre de Sherwood est l'analogue du nombre de Nusselt → il permet de prendre en compte les effets convectifs sur le transfert de masse en surface de la goutte.

$$S_h = 2 + 0.57 \operatorname{Re}_p^{1/2} S_c^{1/3}$$

(Ranz-Marshall correlation, Chem. Eng. Progress, 1952)

- La fraction molaire de vapeur à la surface de la goutte résulte de l'hypothèse d'équilibre thermodynamique à l'interface liquide / gaz → y_{vs} s'en déduit

$$x_{vs} = \frac{p_{sat}(T_p)}{p_g}$$

- Les propriétés thermophysiques de la phase gazeuse sont calculées en effectuant une moyenne entre les valeurs basées sur les conditions en surface de la goutte et celles à « l'infini » → règle du 1/3-2/3.

Modélisation des échanges de chaleur 4)

Modélisation des échanges de chaleur en présence de condensation / évaporation

L'expression du flux de chaleur net transmis par le gaz à la goutte doit être modifié pour tenir compte de :

- l'influence sur la **couche limite thermique** de l'effet de “soufflage” dû à la vaporisation de la goutte ;
- la prise en compte de la **chaleur nécessaire à évaporer le liquide (chaleur latente)**.

$$\left\{ \begin{array}{l} m_p c_l \frac{dT_p}{dt} = 2\pi r_p \lambda_g Nu \frac{\ln(1+B_T)}{B_T} (T_g - T_p) - \dot{m} L_v (T_p) \\ \text{avec } B_T = (1+B_M)^{Le \frac{Cp_v}{Cp_g}} - 1 \end{array} \right.$$

Modélisation des échanges de chaleur 5)

Modélisation des phénomènes de fusion / solidification (1/2)

Le modèle retenu dans SPARTE repose sur les hypothèses simplificatrices suivantes

- La température est uniforme dans la particule (modèle dit « de conduction infinie »)
- La fusion / solidification ne commence que lorsque la température de la particule a atteint la valeur de la température de fusion, T_f , à la pression considérée ;
- La température reste constante, égale à T_f , durant toute la durée du processus de fusion / solidification.

Modélisation des échanges de chaleur 6)

Modélisation des phénomènes de fusion / solidification (2/2)

Durant la phase de fusion / solidification, la fraction massique de solide dans la particule évolue selon l'équation :

$$m_p \frac{dy_s}{dt} = -\frac{\varphi_g}{L_f}$$

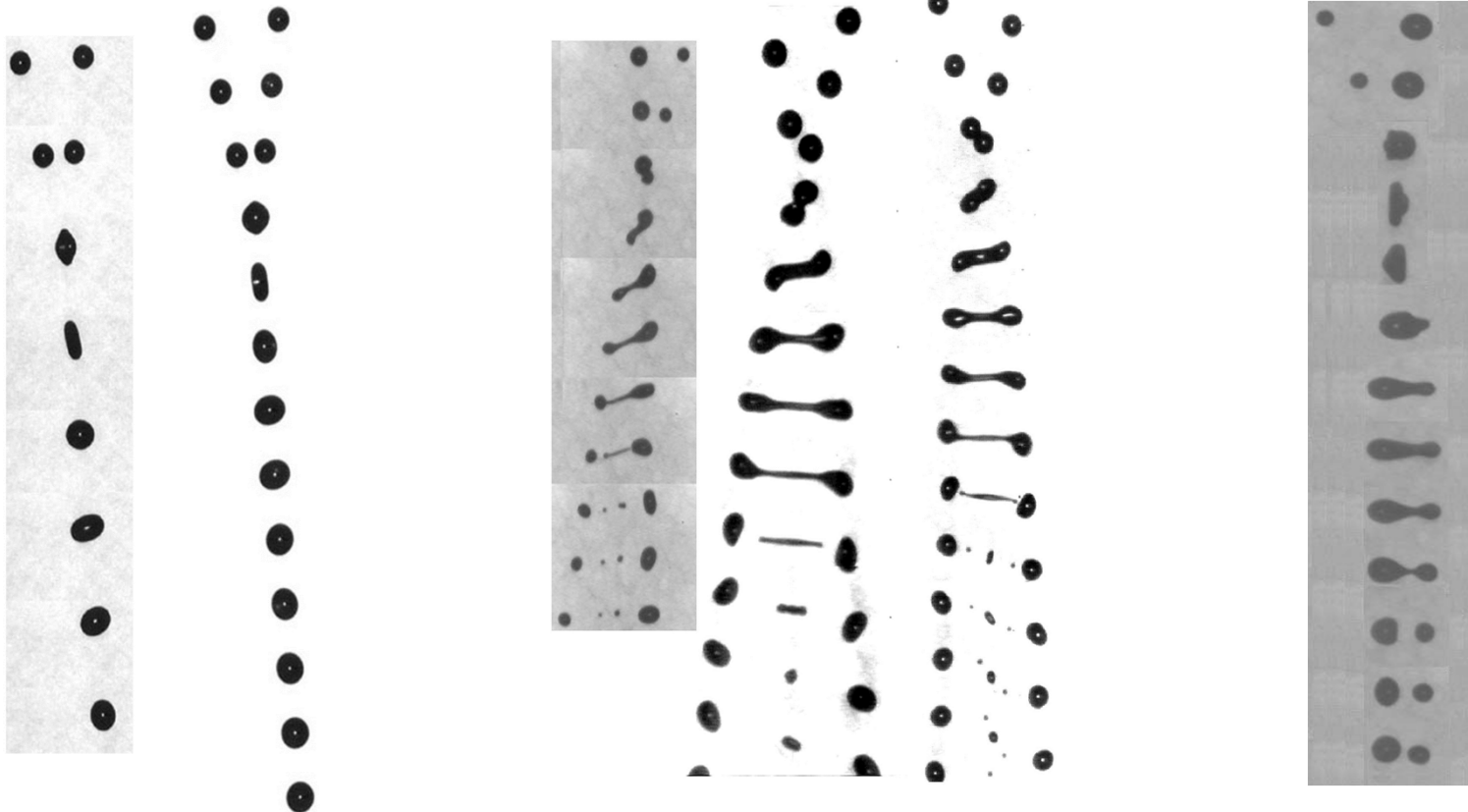
où φ_g représente le flux de chaleur échangé avec la phase gazeuse :

$$\varphi_g = 2\pi r_p \lambda_g Nu (T_p - T_g)$$

Modélisation de la collision

Modélisation des collisions de gouttes (1/7)

Régimes de collision



Coalescence

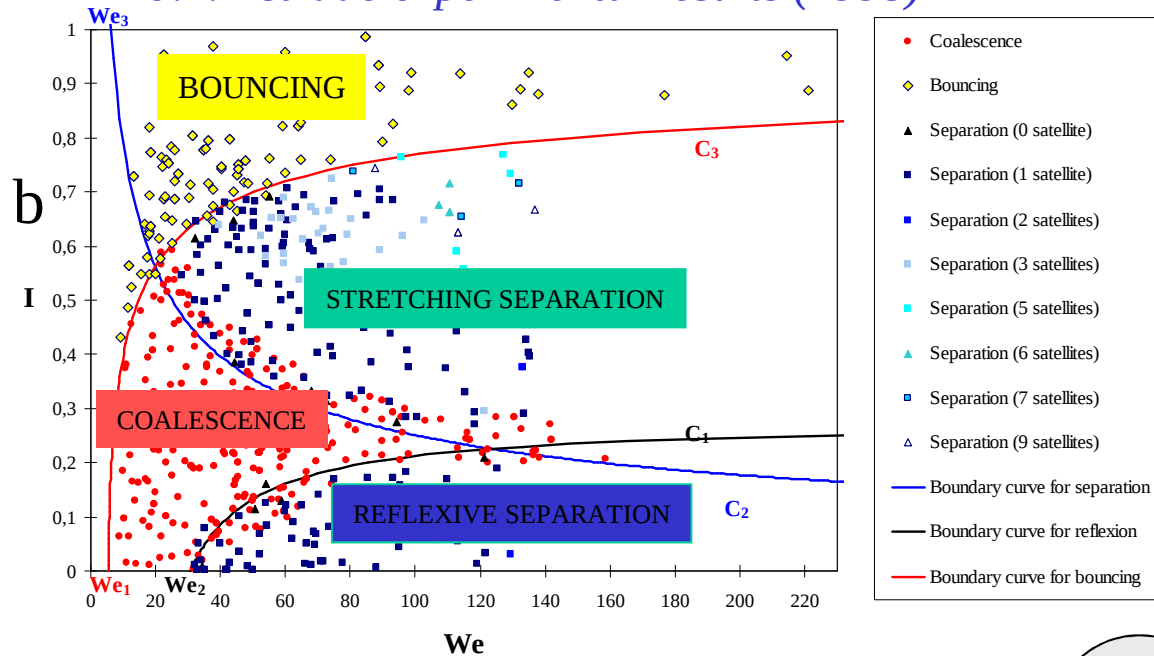
Separation par étirement

Separation par réflexion

Modélisation de la collision

Modélisation des collisions de gouttes (2/7)

J.P. Estrade experimental results (1998)



Collision regimes (case $\Delta = 1$)

3 dimensionless numbers
play a fundamental role:

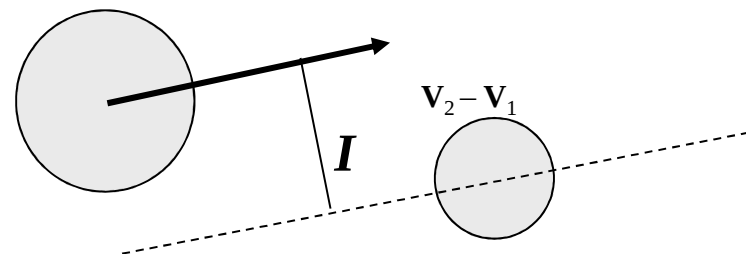
$$\Delta = \frac{r_1}{r_2} \in [0, 1] \quad (r_2 \geq r_1)$$

Weber number

$$We = \frac{2\rho_l \|\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1\|^2 r_1}{\sigma_l}$$

Impact parameter

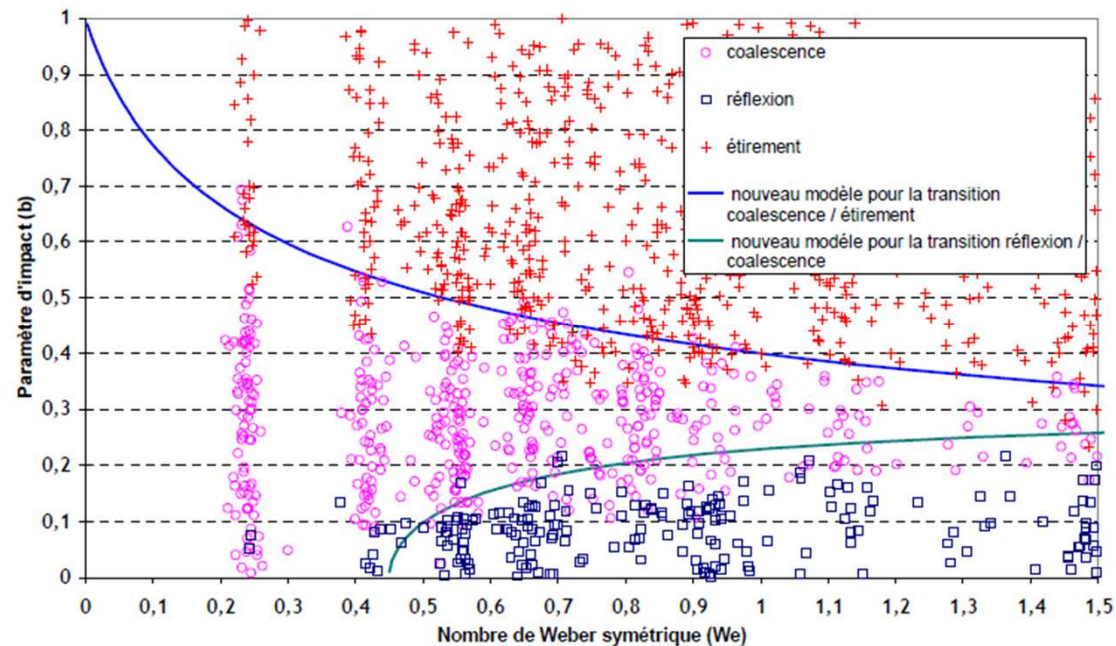
$$b = \frac{I}{r_1 + r_2}$$



Modélisation de la collision

Modélisation des collisions de gouttes (3/7)

Résultats expérimentaux de C. Rabe (2008)



$b(\Delta, We) < b < b_2(\Delta, We) \longrightarrow$ **Coalescence**
 $b < b(\Delta, We) \text{ or } b > b_2(\Delta, We) \longrightarrow$ **Separation or Bouncing**

Modélisation de la collision

Modélisation des collisions de gouttes (4/7)

Post-collisional properties

Coalescence

$$\left\{ \begin{array}{l} r' = \sqrt[3]{r^3 + r^{*3}} \\ T' = \frac{r^3 T + r^{*3} T^*}{r^3 + r^{*3}} \\ \mathbf{v}' = \frac{r^3 \mathbf{v} + r^{*3} \mathbf{v}^*}{r^3 + r^{*3}} \\ \mathbf{u}' = \mathbf{u}^* = \mathbf{u} \end{array} \right.$$

mass conservation (if volume variations are neglected) +
energy conservation (if kinetic and surface tension energy dissipation is neglected)
+
momentum conservation

Bouncing or Rebound

$$\left\{ \begin{array}{l} r^{*'} = r^* ; r' = r \\ T^{*'} = T^* ; T' = T \\ \mathbf{v}' = \mathbf{v} ; \mathbf{v}^{*'} = \mathbf{v}^* \\ \mathbf{u}' = \mathbf{u}^{*'} = \mathbf{u} = \mathbf{u}^* \end{array} \right.$$

Very simplified model
(Satellite droplets not taken into account)

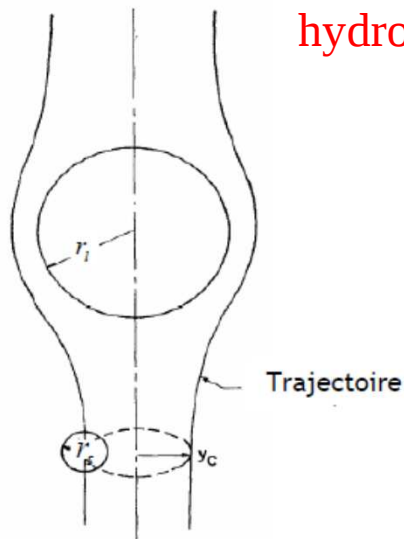
Modélisation de la collision

Modélisation des collisions de gouttes (5/7)

$$\sigma = \pi y_c^2 = \pi (r^2 + r^{*2}) E(r, r^{*2}, |\mathbf{v} - \mathbf{v}^*|)$$

E is called “collision efficiency”

E takes into account the effect of very small scale hydrodynamic interactions between two approaching droplets.



E can be expressed as a function of two dimensionless numbers:

$$K = \frac{\tau_p^* |\mathbf{v} - \mathbf{v}^*|}{r}$$

$$Re = \frac{\rho_g r |\mathbf{v} - \mathbf{v}^*|}{\mu_g}$$

with the convention : $r = \max(r, r^*)$

Modélisation de la collision

Modélisation des collisions de gouttes (6/7)

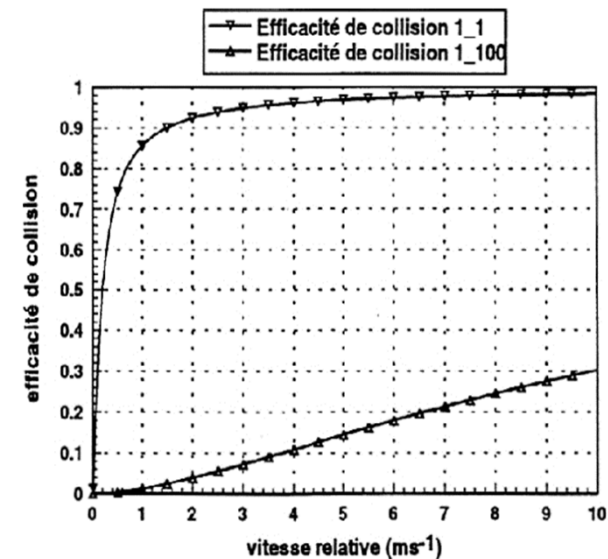
Langmuir model (1948)

$$E(Re, K) = \frac{1}{1 + Re / Re_c} E_1(K) + \frac{Re / Re_c}{1 + Re / Re_c} E_2(K)$$

$$Re_c = 60$$

$$\begin{cases} E_1(K) = 0 & \text{si } K \leq 1.214 \\ E_1(K) = \left(1 + \frac{3 \ln(2K)}{2(K - 1.214)} \right)^{-2} & \text{si } K > 1.214 \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_2(K) = 0 & \text{si } K \leq 0.0833 \\ E_2(K) = \frac{K^2}{(K + 1/2)^2} & \text{si } K > 0.0833 \end{cases}$$

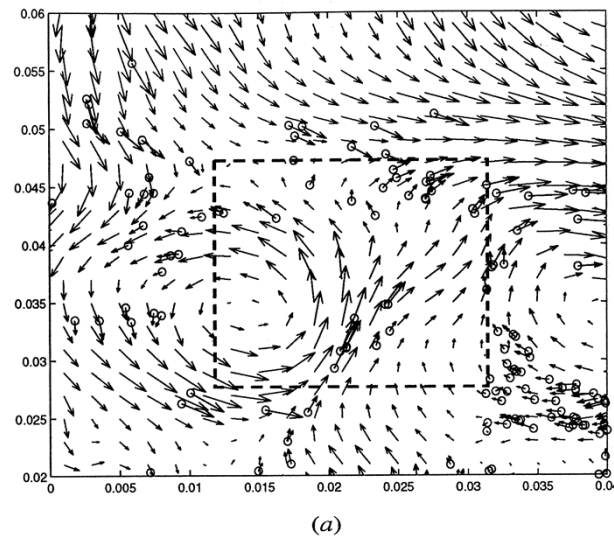


Remarque. Dans SPARTE → choix entre deux modèles : Langmuir et Blodgett ou Beard et Grover.

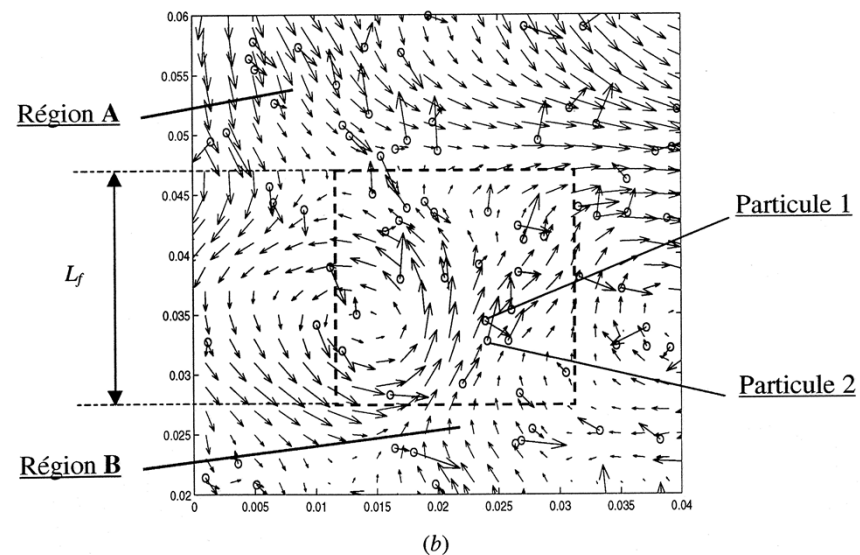
Modélisation de la collision

Modélisation des collisions de gouttes (7/7)

(DNS calculation, P. Février 2000)



Small droplets



Large droplets

For small droplets, the so-called « chaos assumption » is not justified at all.

$f^{(2)} \neq f^{(1)} f_*^{(1)} \rightarrow$ Modèle de corrélation de vitesse dans SPARTE
pour les écoulements turbulents traités avec une approche RANS.

Modélisation de la fragmentation

Modélisation de la fragmentation (1/4)

Pour une goutte immobile par rapport au gaz, on a la relation de Laplace :

$$p_l - p_g = \frac{2\sigma_l}{r_p}$$

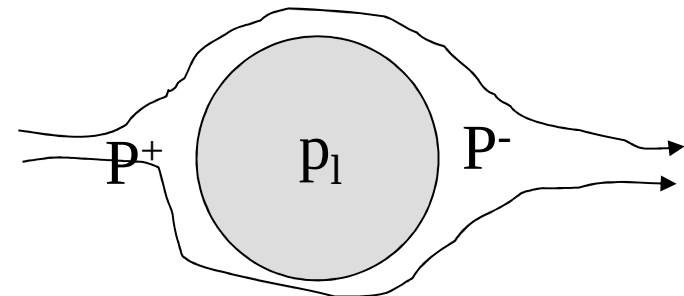
Pour une goutte en mouvement par rapport au gaz, on a : $p_g \neq Cste$

A partir de la relation de Bernoulli, on obtient formellement :

$$|\Delta p| \approx 1/2 \rho_g |\mathbf{V}_g - \mathbf{v}_p|^2 \approx \frac{2\sigma_l}{r_p^2} |\Delta r_p|$$

On en déduit la condition caractérisant une forte déformation de la goutte :

$$\frac{\Delta r_p}{r_p} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{2\rho_g r_p |\mathbf{V}_g - \mathbf{v}_p|^2}{\sigma_l} \geq 8$$



Modélisation de la fragmentation

Modélisation de la fragmentation (2/4)

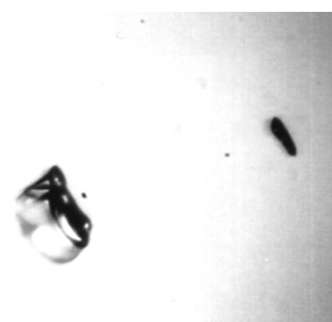
$$We = \frac{2\rho_g |\mathbf{v}_p - \mathbf{u}_p - \bar{\mathbf{V}}_g|^2 r_p}{\sigma_l}$$

$$Oh = \frac{\mu_l}{\sqrt{2\rho_l r_p \sigma_l}}$$



$We \leq 12$

Deformation



$12 \leq We \leq 50$

Bag breakup



$100 \leq We \leq 350$

Stripping Breakup



$We \geq 350$

"Catastrophic" Breakup

Pictures of the different regimes for $Oh < 0.1$ (low viscosity effects)

STRONG desintegration of the droplet
=> creation of a cloud of smaller droplets

Modélisation de la fragmentation

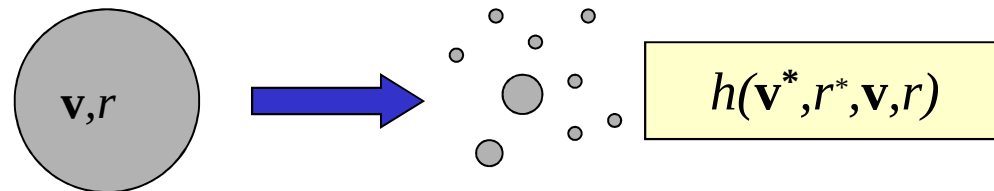
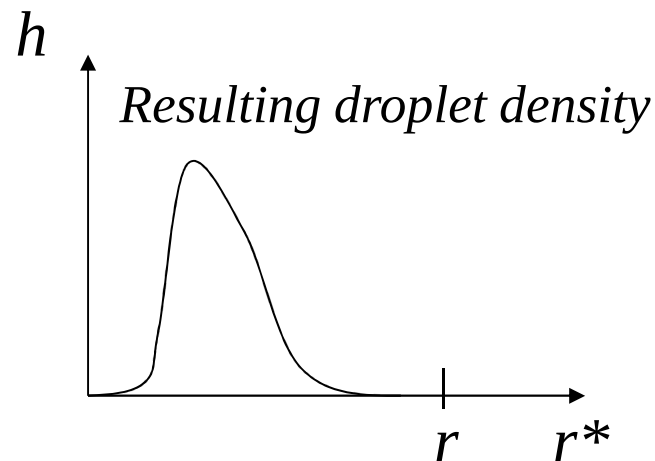
Modélisation de la fragmentation (3/4)

Breakup frequency :

$$\nu_{bup}(\bar{\mathbf{V}}_g, \mathbf{v}, \mathbf{u}, r, \theta) = \frac{1}{\tau_{bup}(\bar{\mathbf{V}}_g, \mathbf{v}, \mathbf{u}, r, \theta)} = f(We, Oh)$$

(model for τ_{bup} based on empirical correlations, see for example Nigmatulin, 1991)

Droplet size and velocity distribution after breakup :



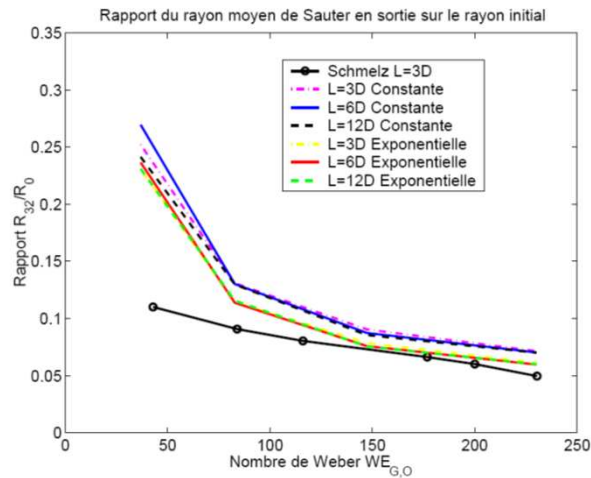
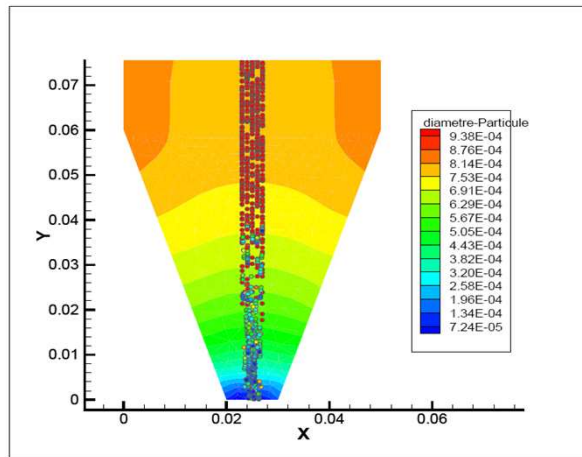
Conservation de la masse :

$$\int_{\mathbf{v}^*} \int_{r^*=0}^r r^{*3} h(\mathbf{v}^*, r^*, \mathbf{v}, r) dr^* d\mathbf{v}^* = r^3$$

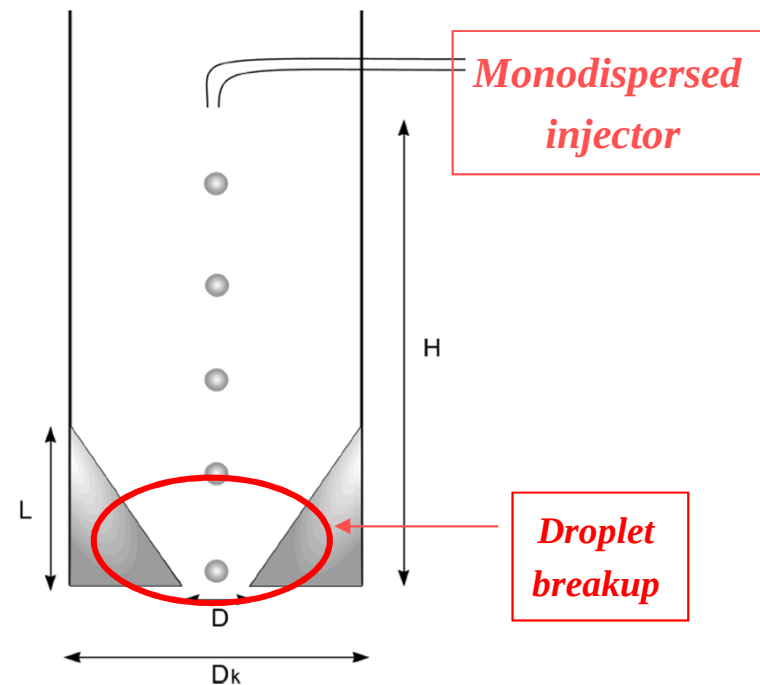
(model based on empirical correlations, see for example Wert, *Int. Journal of Multiphase Flows*, 1995 or Faeth & Hsiang, *Int. Journal of Multiphase Flows*, 1993)

Modélisation de la fragmentation

Modélisation de la fragmentation (4/4)



Schmelz & Walzel experiment (Atomization and sprays, 2003)

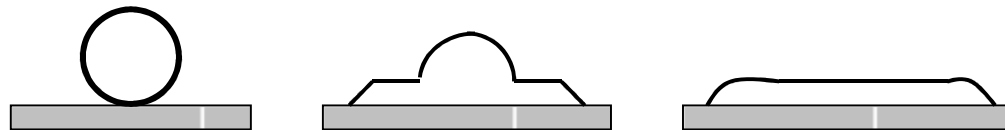


Modélisation de l'interaction goutte paroi

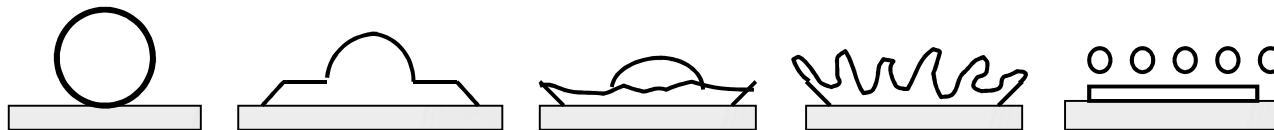
Modélisation de l'impact d'une goutte sur une paroi « froide » (1/9)

$$\text{Paroi froide} \Leftrightarrow T_{\text{paroi}} < T_{\text{eb}}$$

Schematic representation of a droplet impact on a cold wall



First possibility : *droplet deposition*



Second possibility : *droplet splashing*

Modélisation de l'interaction goutte paroi

Modélisation de l'impact d'une goutte sur une paroi « froide » (2/9)

After impact, there is a competition between two kind of forces :

- **inertial forces** due to the initial velocity of the droplet (normal to the wall) which **tend to dislocate** the droplet ;
- **capillary forces** which **tend to avoid the fragmentation** of the droplet ;

Viscous forces also play a important role since they contribute to **dissipate the initial kinetic energy** of the droplet.

Modélisation de l'interaction goutte paroi

Modélisation de l'impact d'une goutte sur une paroi « froide » (3/9)

It is thus natural to introduce the two following dimensionless numbers :

- the **Weber number** that represents the ratio between the inertial forces and the capillary ones :

*Initial diameter of
the droplet*

$$We = \frac{\rho_{\ell} D_b V_b^2}{\sigma}$$

*Initial normal velocity
of the droplet*

- the **Reynolds number** that represents the ratio between the inertial forces and the viscous ones :

$$Re = \frac{\rho_{\ell} D_b V_b}{\mu_{\ell}}$$

Modélisation de l'interaction goutte paroi

Modélisation de l'impact d'une goutte sur une paroi « froide » (4/9)

The simplest model for the limit between deposition and splashing modes reads :

$$\begin{cases} We < We_c \Rightarrow \text{deposition} \\ We > We_c \Rightarrow \text{splashing} \end{cases}$$

where We_c is a decreasing function of the Reynolds number. From experimental data, it seems that We_c can be approximated by an expression of the form :

$$We_c = W^* Re^{-\alpha} \quad \text{d'où le critère : } \begin{cases} We Re^\alpha < W^* \Rightarrow \text{dépot} \\ We Re^\alpha > W^* \Rightarrow \text{éclaboussment} \end{cases}$$

que l'on peut également traduire par :

$$\begin{cases} K = We Oh^{-\beta} < K^* \Rightarrow \text{dépôt} \\ K = We Oh^{-\beta} > K^* \Rightarrow \text{éclaboussement} \end{cases}$$

where β and K^* have to be fitted to obtain the best agreement with the measurements.

$$Oh = \frac{\sqrt{We}}{Re} = \frac{\mu_l}{\sqrt{\rho_l D_b \sigma}}$$

Auteur	Mundo, Gómez & del Santo	Marengo & Taddei	Samenfin	Stow & Finn
K^*	663	2074	1444	1320
β	0.4	0.4	0.33	0.36

Modélisation de l'interaction goutte paroi

Modélisation de l'impact d'une goutte sur une paroi « froide » (5/9)

Splashing mode : droplet size distribution after splashing

From the existing experimental data, the droplet size distribution of the reemitted droplets can be well fitted by a log-normal law :

$$P(D) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma D} \exp\left(-\frac{\left[\ln\left(\frac{D}{D_m}\right)\right]^2}{2\sigma^2}\right)$$

where the mean diameter D_m and the standard deviation σ depend on D_0 and K .

One has the following relation between D_m and the Sauter mean diameter D_{32} of the log-normal distribution of the resulting droplets :

$$D_m = D_{32} \exp\left(-\frac{5}{2}\sigma^2\right)$$

Collecting a lot of results coming from the literature and from experiments performed at ONERA (using Laser techniques), the following correlation has been obtained for $(D_{32})_a$

$$\frac{(D_{32})_a}{D_b} = R_0 + R_1 \exp\left(-\frac{K}{\Delta K_0}\right)$$

Adjustable parameters

Remark : $(D_{32})_a$ must be a decreasing function of K !

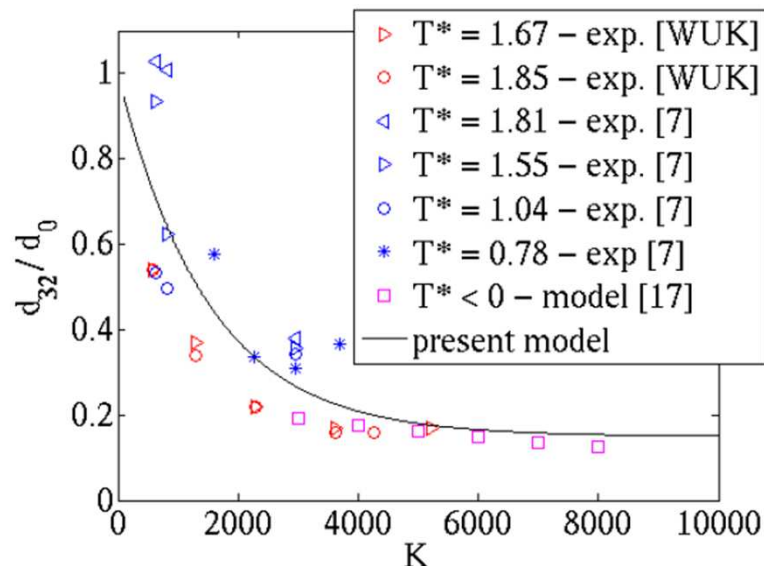
Modélisation de l'interaction goutte paroi

Modélisation de l'impact d'une goutte sur une paroi « froide » (6/9)

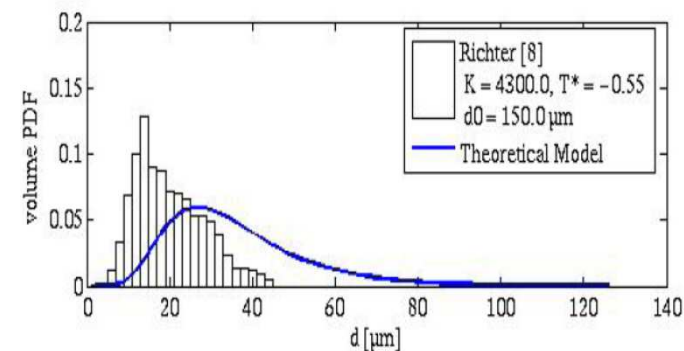
Splashing mode : droplet size distribution after splashing

The best fit with a large set of available experimental data (in 2006) yields the following values for the model parameters :

$$R_0 = 0.15 ; \quad R_1 = 0.85 ; \quad \Delta K_0 = 1500 \quad ; \quad \sigma = 0.45$$



Evolution of $(D_{32})_a/D_b$ with K
(for several dimensionless wall temperature)

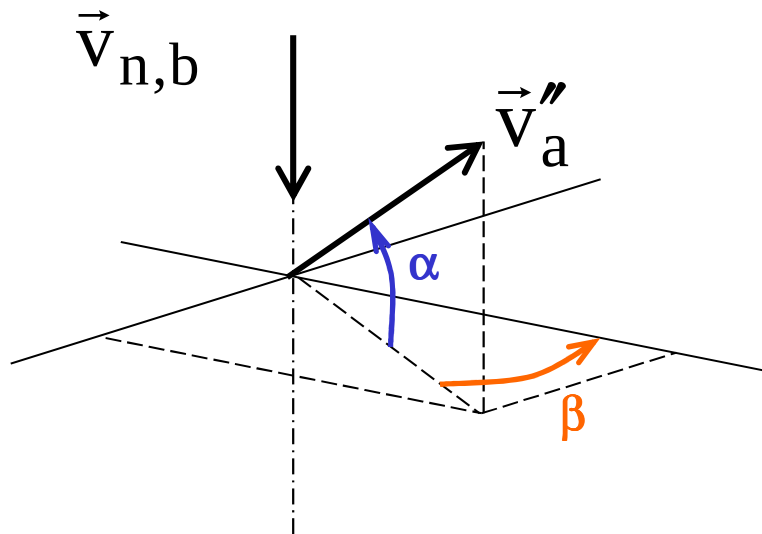


Model results vs Richter et al experimental results (Laser Techniques Symposium, Lisbon, 2004) - Ethanol droplets -
Initial diameter = $150 \mu m$, $K = 4300$.

Modélisation de l'interaction goutte paroi

Modélisation de l'impact d'une goutte sur une paroi « froide » (7/9)

Splashing mode : droplet velocity distribution after splashing



Normal and tangential
decomposition of velocity

$$\vec{V}_b = \vec{V}_{n,b} + \vec{V}_{t,b}$$

$$\vec{V}_a = \vec{V}_a'' + \vec{V}_{t,a}'$$

$$\vec{V}_{t,a}' = e \cdot \vec{V}_{t,b}$$

Vector magnitude :
Weibull probability law

Vector azimuth β and elevation α :
uniform probability law

Modélisation de l'interaction goutte paroi

Modélisation de l'impact d'une goutte sur une paroi « froide » (8/9)

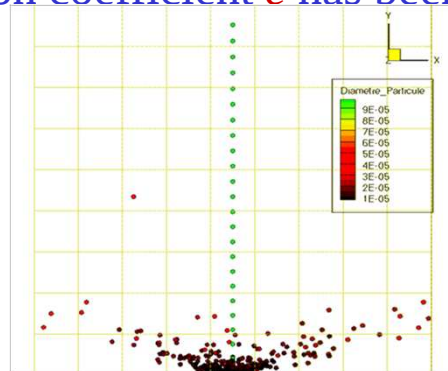
Splashing mode : droplet velocity distribution after splashing

Calcul de $|\vec{V}_a''|$ $\xrightarrow{\text{pdf}}$ $P(x) = \frac{b}{\theta} \left(\frac{x}{\theta}\right)^b \exp\left[-\left(\frac{x}{\theta}\right)^b\right]$ avec $x = \frac{|\vec{V}_a''|}{|\vec{V}_b \cdot \vec{n}|}$

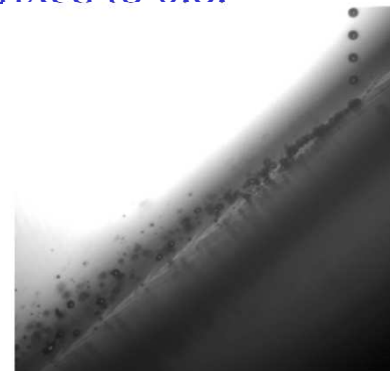
with $b = 2.5$, $\theta = 0.35$. The elevation angle α is randomly chosen between 10° and 25° and the azimuth angle β is randomly chosen between 0° and 360° (for symmetry reason). The restitution coefficient e has been fixed to 0.8.



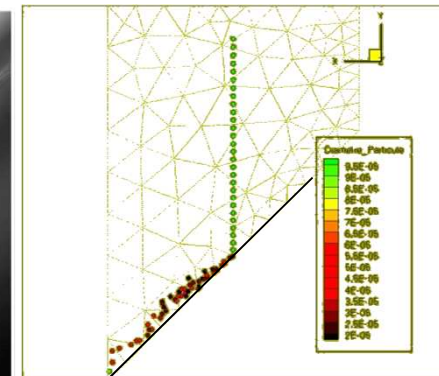
Experiment, normal impact
with $K = 4591$



Simulation result (ONERA code)



Experiment, 45° impact
with $K = 1020$



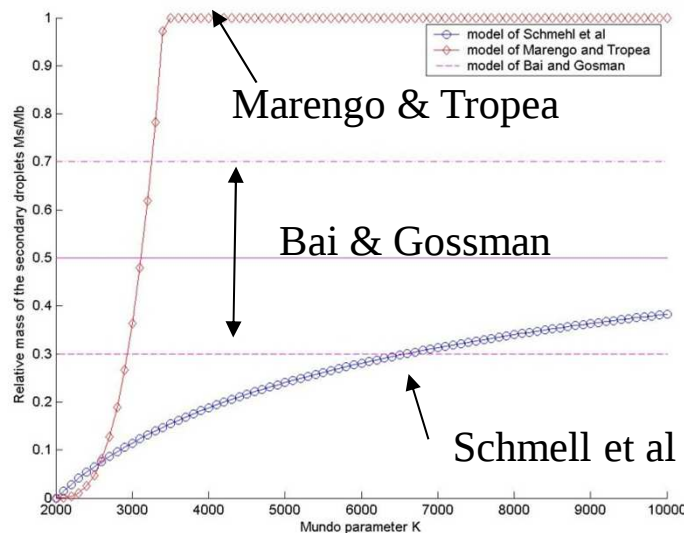
Simulation result (ONERA code)

References : this model is based on a synthesis of several works : Stanton et Rutland, 1996 - Mundo, Sommerfeld and Tropea, 1998 – Schmel, Roskamp, Willmann, and Wittig, 1999.

Modélisation de l'interaction goutte paroi

Modélisation de l'impact d'une goutte sur une paroi « froide » (9/9)

Splashing mode : deposited mass / reemitted mass



The correlation used in ONERA

Lagrangian code has the following form for the total mass fraction of reemitted droplets η_s :

$$\eta_s(K) = \eta_0 \left[1 - \left(\frac{K^*}{K} \right)^{\beta_0} \right]$$

with : $\eta_0 = 0.75$ and $\beta_0 = 1$

There are very large discrepancies between experimental data !

Couplage entre phase

Couplage avec l'écoulement gazeux (1/2)

General form of the gas phase equations

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_t \rho_g + \nabla_x \cdot (\rho_g \mathbf{V}_g) = S_\rho + \dots \\ \partial_t (\rho_g y_{vg}) + \nabla_x \cdot (\rho_g y_{vg} \mathbf{V}_g) - \nabla_x \cdot (\rho_g D_{vg} \nabla_x y_{vg}) = S_\rho + \dots \\ \partial_t (\rho_g \mathbf{V}_g) + \nabla_x \cdot (\rho_g \mathbf{V}_g \otimes \mathbf{V}_g) + \nabla_x p_g + \dots = S_{\rho V} + \dots \\ \partial_t (\rho_g E_g) + \nabla_x \cdot [\rho_g (E_g + p_g) \mathbf{V}_g] + \dots = S_{\rho E} + \dots \end{array} \right.$$

+ turbulence model

(+ source terms in the turbulence equations

to account for the effect of the dispersed phase)

Couplage entre phase

Couplage avec l'écoulement gazeux (2/2)

$$S_{\rho} = \int 4\pi r^2 \rho_l R f d\mathbf{v} d\mathbf{u} dr d\theta$$

Vapor momentum

$$\mathbf{S}_{\rho V} = -\int \mathbf{F}_D f d\mathbf{v} d\mathbf{u} dr d\theta + \int 4\pi r^2 \rho_l R \mathbf{v} f d\mathbf{v} d\mathbf{u} dr d\theta$$

$$S_{\rho E} = -\int \mathbf{F}_D \cdot \mathbf{v} f_{pg} d\mathbf{v} d\mathbf{u} dr d\theta - \int \frac{4\pi}{3} r^3 \rho_l c_l \mathcal{S} f d\mathbf{v} d\mathbf{u} dr d\theta$$

Drag Work

$$+ \int 4\pi r^2 \rho_l R \left[\frac{1}{2} \mathbf{v}^2 + h_v(\theta) - L_v(\theta) \right] f d\mathbf{v} d\mathbf{u} dr d\theta$$

Heat flux transferred to droplets

Vapor enthalpy

Latent Heat release

with : $R = \frac{K_{ev}}{2r}$ and f = the droplet density.

Equations résolues

Bilan : forme générale des équations à résoudre

Gas phase model

Dispersed phase source terms

$$(1) \quad \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \text{div}_{\mathbf{x}} [F(\mathbf{W}, \nabla \mathbf{W})] = S_g(\mathbf{W}) + S_p(\mathbf{W}, f)$$

with : $\mathbf{W} = (\rho_g, \rho_g \mathbf{V}_g, \rho_g E_g, \rho_g y_{vg}, \rho_g k_g, \rho_g \varepsilon_g)$

Dispersed phase model

Collision

+ fragmentation

$$(2) \quad \frac{\partial f}{\partial t} + \text{div}_{\mathbf{z}} [\mathbf{a}(\mathbf{Z}, \mathbf{W}) f] = Q(\mathbf{W}, \mathbf{Z}, f)$$

with : $\mathbf{Z} = (\mathbf{x}, \mathbf{v}, \mathbf{u}, r, \theta)$

Methode lagrangienne pour la phase dispersée

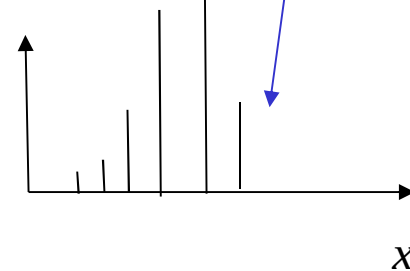
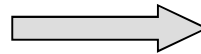
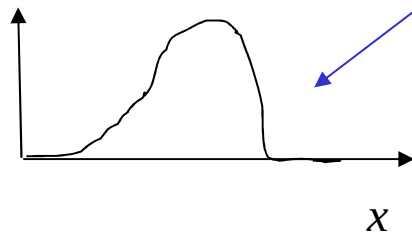
Principe de la méthode particulaire

Problème modèle : (1)

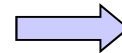
$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial t} + a \frac{\partial (f)}{\partial x} = 0 \\ f(0, x) = f_0(x) \end{cases}$$

On peut approcher f_0 par une expression de la forme : (2)

$$f_{0,N}(x) = \sum_{i=1 \dots N} n_i \delta_{x-x_i^0}$$



(2) doit être interprétée comme une formule de quadrature pour f , les n_i étant les poids et les x_i les noeuds.



$$\int f_0(x) \varphi(x) dx \approx \sum_{i=1 \dots N} n_i \varphi(x_i)$$

Methode lagrangienne pour la phase dispersée

Principe de la méthode particulaire

De même, on cherche une approximation de $f(t,x)$ de la forme :

$$(3) \quad f_N(t, x) = \sum_{i=1 \dots N} n_i \delta_{x-x_i(t)}$$

avec bien sûr à l'instant initial :

$$f_N(0, x) = \sum_{i=1 \dots N} n_i \delta_{x-x_i^0}$$

En injectant l'expression de f_N dans l'équation (1), on obtient :

$$\sum_{i=1 \dots N} n_i (-x_i'(t) + a) \delta'_{x-x_i(t)} = 0$$

càd que f_N est solution de (1) ssi pour tout i : $x_i'(t) = a$.

Physiquement cette équation s'interprète en disant que les “noeuds” de la formule de quadrature de “déplacent” à la vitesse a .

Methode lagrangienne pour la phase dispersée

Principe de la méthode particulaire

Dans le cas de SPARTE, l'équation à résoudre est plus complexe. Elle est de la forme :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \text{div}_z [\mathbf{a}(z) f] = Q_{frag}(f) + Q_{coll}(f)$$

avec $\mathbf{z} = (\mathbf{x}, \mathbf{v}, r, \theta, \dots)$ et $\mathbf{a}(\mathbf{z})$ le terme modélisant les phénomènes de transport, échange de chaleur et changement de phase. En l'absence de collision et fragmentation, la méthode particulaire (instationnaire) consiste donc à approcher la densité de particules $f(t, \mathbf{z})$ par une distribution de la forme :

$$f_N(t, \mathbf{z}) = \sum_{i=1 \dots N} n_i(t) \delta_{\mathbf{z} - \mathbf{z}_i(t)}$$

avec $\mathbf{z}_i$ solution du système différentiel :

$$(S) \quad \frac{d\mathbf{z}_i}{dt} = \mathbf{a}(\mathbf{z}_i) \quad ; \quad \mathbf{z}_i(0) = \mathbf{z}_i^0$$

Schéma numérique
(Euler, Runge Kutta,
autres...)

Methode lagrangienne pour la phase dispersée

Principe de la méthode particulaire

Dans le cas général, où tous les phénomènes sont pris en compte, on utilise une méthode de pas fractionnaire, consistant à diviser chaque pas de temps en 4 étapes :

- Etape 1 : phase d'injection de nouvelles particules → le poids et les propriétés (z_i) des nouvelles particules sont calculés de manière à reproduire statistiquement les propriétés initiales réelles de la phase dispersée et à en respecter le débit massique.
- Etape 2 : phase dite de « transport » → résolution numérique de (S) sur un pas de temps. L'influence des conditions aux limites est prise en compte lors de cette étape.
- Etape 3 : phase de collision → algorithme de Monte-Carlo afin de simuler l'influence des collisions.
- Etape 4 : phase de fragmentation → algorithme de Monte-Carlo afin de simuler l'influence de la fragmentation.

Methode lagrangienne pour la phase dispersée

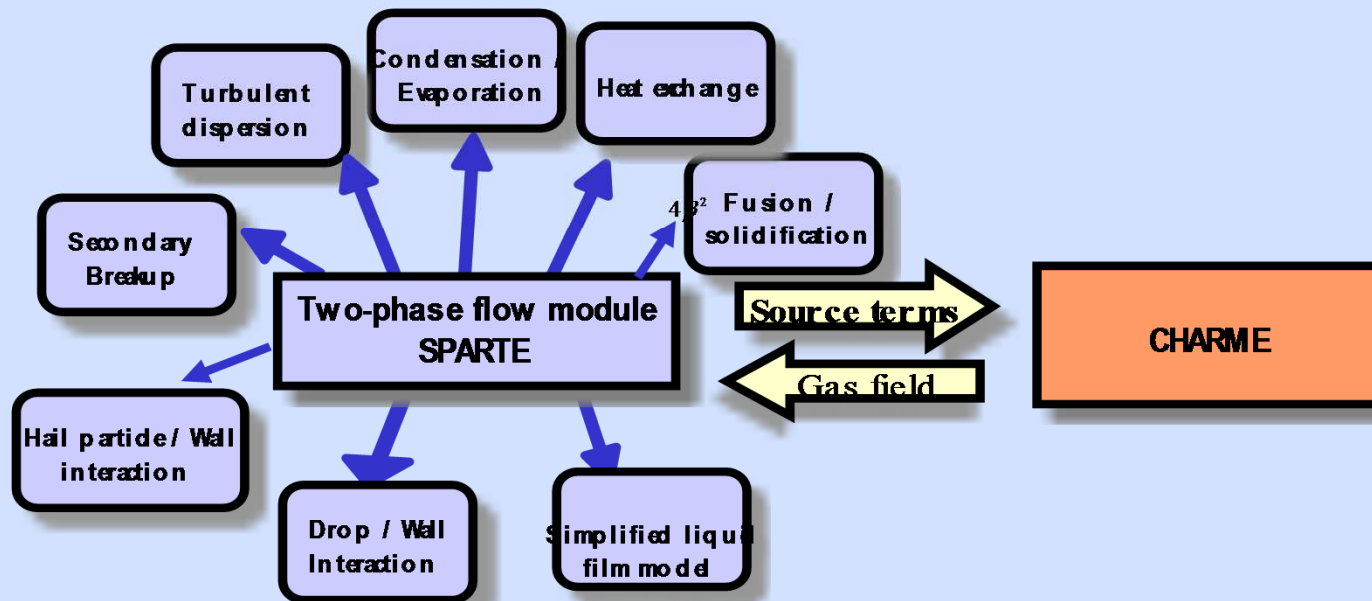
Principe de la méthode particulière

Conditions aux limites disponibles dans SPARTE

- Condition de **frontière libre**.
- Condition de **symétrie**.
- Conditions de **périodicité en rotation et en translation**.
- Condition de frontière débitante.
- 3 types de conditions de **paroi** : dépôt systématique, rebond (modèle paramétrable), interaction complexe (éclaboussement, dépôt, caléfaction, grêle.....).
- Condition de **raccord multi-domaine** (coïncident ou non) simple et avec « plan de mélange ».

Methode lagrangienne pour la phase dispersée

Modèles physiques disponibles dans SPARTE



Remarque: possibilité de suivre des particules de types différents (avec des modèles différents) dans un même calcul.

Methode lagrangienne pour la phase dispersée

Principe de la méthode particulaire

Deux variantes de la méthode particulaire sont disponibles dans SPARTE :

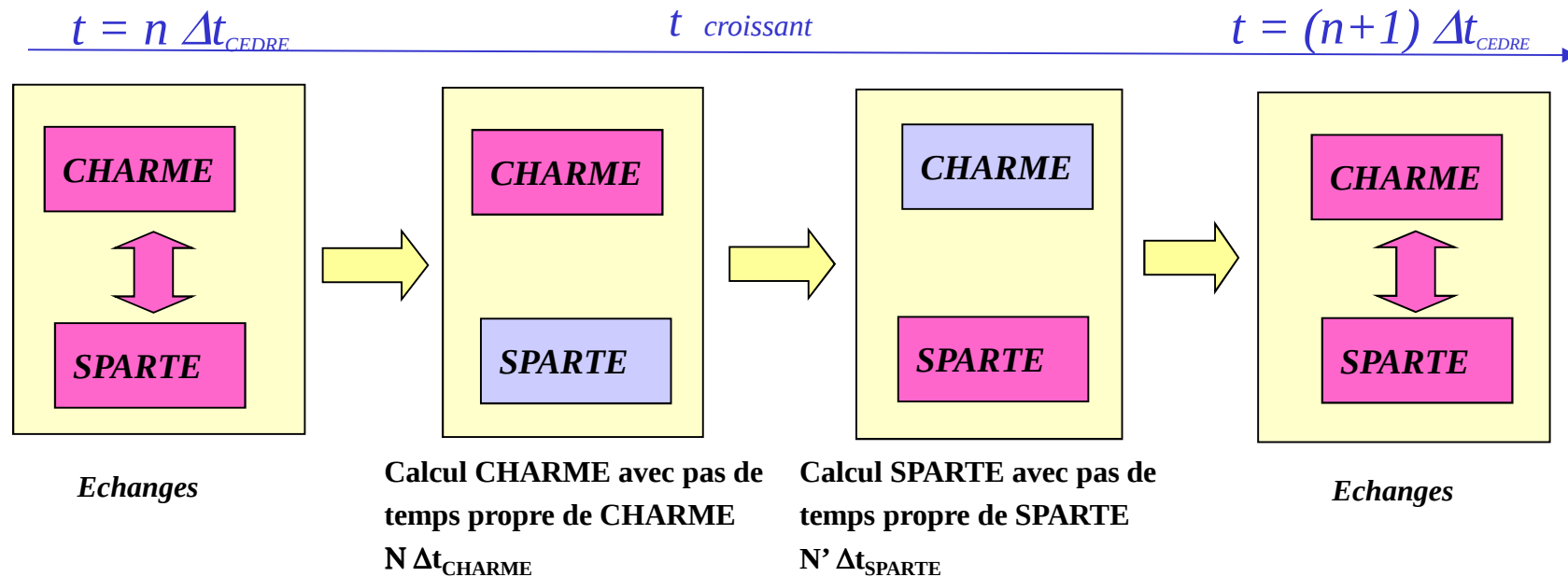
- **Méthode particulaire stationnaire** : toutes les particules numériques sont injectées au même moment (au début du cycle) et le cycle SPARTE s'arrête lorsque plus aucune particule n'est encore présente dans le domaine de calcul. Possibilité de pas de temps local. Chaque particule est associée à une certaine fraction du débit total de la phase dispersée. Prise en compte des collisions impossibles.
- **Méthode particulaire instationnaire** : De nouvelles particules numériques sont injectées au début de chaque pas de temps SPARTE. Le cycle SPARTE s'arrête lorsque le temps écoulé est égal à la durée du cycle CEDRE. Chaque particule est associée à un certain nombre de particules réelles.

Methode lagrangienne pour la phase dispersée

Couplage avec la phase gazeuse : mode « two-way coupling »

Dans CEDRE, le couplage entre CHARME et SPARTE se fait au début de chaque cycle CEDRE :

- CHARME envoie à SPARTE la dernière valeur du champ gazeux
- SPARTE envoie à CHARME la dernière valeur des termes source.



Methode lagrangienne pour la phase dispersée

Couplage avec la phase gazeuse : mode « two-way coupling »

Les termes sources sont calculés de manière différente selon que l'on utilise la méthode particulaire stationnaire ou instationnaire.

- Si méthode stationnaire (exemple du terme source de masse) :

$$(S_\rho)_C = \frac{-1}{vol(C)} \sum_{\text{tous les pas de temps, } n, \text{ du cycle CEDRE courant}} \sum_{\text{toutes les particules dans la cellule C au début du pas de temps } n} \dot{n}_p^{n+1} m_p^{n+1} - \dot{n}_p^n m_p^n$$

- Si méthode instationnaire (exemple du terme source de masse) :

$$(S_\rho)_C = \frac{-1}{\Delta t_{CEDRE} vol(C)} \sum_{\text{tous les pas de temps, } n, \text{ du cycle CEDRE courant}} \sum_{\text{toutes les particules dans la cellule C au début du pas de temps } n} n_p^{n+1} m_p^{n+1} - n_p^n m_p^n$$

Moyenne sur un cycle CEDRE

Methode lagrangienne pour la phase dispersée

Couplage avec la phase gazeuse : two-way coupling

Technique de sous relaxation → permet de stabiliser le couplage entre SPARTE et CHARME en mode 2-way coupling :

Cycle

CEDRE n

$$S^{(n)} = \omega S^{*(n)} + (1-\omega) S^{(n-1)} \text{ avec } S^{(0)} = 0$$

Cycle CEDRE n-1

que l'on peut interpréter comme un schéma d'Euler pour l'équation :

$$dS/dt = (S-S^*)/\tau_{\text{relax}} \text{ avec } \omega = \Delta t_{\text{cedre}} / \tau_{\text{relax}}$$

- Pour un écoulement stationnaire → aucune restriction sur le choix de ω
- Pour un écoulement instationnaire → $\tau_{\text{relax}} = \Delta t_{\text{cedre}} / \omega$ doit être inférieur à l'échelle de temps caractéristique du phénomène instationnaire

Quelques questions à se poser avant de lancer un calcul diphasique

1. One way-coupling ou two-way coupling ?
2. Méthode Stationnaire ou Méthode Instationnaire ?
3. Quelles sont les échelles de temps caractérisant la phase dispersée ?
4. Quels modèles dois je activer ?
5. Comment choisir le pas de temps SPARTE et le cycle CEDRE ?
6. Comment choisir le nombre de points d'injection et la période d'injection ?

Préconisations

One way-coupling ou two-way coupling ?

La grandeur déterminante est le taux de chargement massique en particules, c'est-à-dire le rapport des débits massiques des deux phases :

$$\eta = \frac{\dot{m}_p}{\dot{m}_g}$$

Valeur de η	$\eta > 0.1$	$0.1 > \eta > 0.01$	$0.01 > \eta$
Effet de la phase dispersée	La phase dispersée influence fortement la phase gazeuse.	En moyenne, la phase gazeuse est peu influencée par la présence des particules, sauf localement si l'écoulement est spatialement hétérogène.	Faible ou Très faible influence de la phase dispersée sur la phase gazeuse.
Type de couplage préconisé	Two-way coupling.	One –way coupling ou two-way coupling selon les cas.	One-way coupling (sauf exception, par exemple si objectif = calcul concentration en vapeur dans le gaz)

Préconisations

Méthode Stationnaire ou Méthode Instationnaire ?

	Méthode instationnaire	Méthode stationnaire
Avantages	• Peut traiter tous types d'écoulements • Compatible avec tous les modèles physiques	• Coût beaucoup plus faible (particules injectées une seule fois) • Temps calcul très faible en mode 1-way coupling
Inconvénients	• Coût assez élevé pour les écoulements instationnaires polydispersés. • Problème du choix de la période d'injection	• N'est adaptée que pour les écoulements stationnaires. • Ne peut pas prendre en compte les collisions.

Bilan : réserver la méthode stationnaire aux écoulements stationnaires dilués (one-way coupling) et utiliser la méthode instationnaire dans les autres cas.

Préconisations

Quelles sont les échelles de temps caractérisant la phase dispersée ?

Temps de relaxation dynamique :

$$\tau_p = \frac{\rho_l D_p^2}{18\mu_g}$$

Temps de relaxation thermique :

$$\tau_{th} = \frac{\rho_l c_l D_p^2}{12\lambda_g}$$

Temps caractéristique d'évaporation :

$$\tau_{ev} \approx \frac{\rho_l D_p^2 L_v}{12\lambda_g |T_g - T_{eb}|}$$

Temps caractéristique de fusion / solidification :

$$\tau_{f/s} \approx \frac{\rho_l D_p^2 L_f}{12\lambda_g |T_g - T_f|}$$

Préconisations

Quelles sont les échelles de temps caractérisant la phase dispersée ?

Temps caractéristique de fragmentation:
(formule valable si $We > We^*$)

$$\tau_{bup} \approx 5 \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}} \frac{D_p}{\|\mathbf{V}_p - \mathbf{V}_g\|}$$

Temps caractéristique de collision entre une particule fixée de diamètre D_p et une particule quelconque de diamètre D_p

Vitesse relative moyenne
entre particules de diamètre D_p

$$\tau_{col} = \frac{D_p}{6\alpha_p \|\mathbf{V}_r\|} = \frac{\rho_l}{\rho_g} \frac{D_p}{6y_p \eta \|\mathbf{V}_r\|}$$

Fraction massique
des particules de
diamètre D_p

Temps caractéristique de collision entre une particule fixée de diamètre $\ll D_p$ et une particule quelconque de diamètre D_p

$$\tau'_{col} = \frac{2D_p}{3\alpha_p \|\mathbf{V}_r'\|} = \frac{\rho_l}{\rho_g} \frac{2D_p}{3y_p \eta \|\mathbf{V}_r\|}$$

Préconisations

Quelles sont les échelles de temps caractérisant la phase dispersée ?

Exemple : cas de la propulsion solide

ρ_l	c_l	σ_l	μ_l	T_f	L_f
2689 kg/m ³	1509 J/kg/K	0.6024 N/m	0.0113 Pa/s	2318 K	$9.61 \cdot 10^5$ J/kg/K

ρ_g	λ_g	μ_g
0.5 (tuyère) 5 (chambre) kg/m ³	0.1 W/K/m	0.0001 Pa/s

Propriétés physiques de l'alumine à 3400 K

τ_{coll}	Diamètre 1 μm	Diamètre 50 μm
Diamètre 1 μm	3.7 à 370 ms (V_r entre 0.001 et 0.1 m/s)	0.0002 ms (V_r de l'ordre de 3 m/s)
Diamètre 50 μm	100 ms (V_r de l'ordre de 3 m/s)	25 ms (V_r de l'ordre de 3 m/s)

*Temps caractéristique de collision entre particules
(Hypothèse : $\eta = 0.3$, avec 80 % petites particules)*

Echelle de temps	Diamètre 1 μm	Diamètre 10 μm	Diamètre 50 μm
τ_p	0.0015 ms	0.15ms	3.7 ms
τ_c	0.0034 ms	0.34 ms	8.4 ms
$\tau_{s/f}$	0.00166 ms	0.166 ms ($T_g = 1000 \text{ K}$)	4.15 ms ($T_g = 1000 \text{ K}$)
τ_{bup} (tuyère)	Sans objet	0.035 ms ($V_r = 100 \text{ m/s}$)	0.035 ms ($V_r = 500 \text{ m/s}$)

Préconisations

Quels modèles dois je activer ?

Il faut tenir compte du **temps de séjour** des particules dans le système (ou dans une partie seulement du système en fonction du problème considéré) :

- Si τ_s est très inférieur au temps caractéristique d'un phénomène physique → ce phénomène est négligeable → modèle non nécessaire.
- Si τ_s supérieur ou du même ordre que le temps caractéristique d'un phénomène physique → modèle nécessaire.

Exemple : calcul du MPS P230 à échelle 1. τ_s est de l'ordre de 100 ms dans la chambre et de 5 ms dans l'ensemble convergent - tuyère. On a vu que pour une petite particule ($D = 1 \mu\text{m}$) le temps moyen de collision avec une grosse est de 100 ms et que le temps de fragmentation d'une particule de diamètre $D = 50 \mu\text{m}$ est de 0.01 ms → **les modèles de fragmentation et de collision doivent être activés.**

Préconisations

Comment choisir le pas de temps SPARTE ?

Le choix du pas de temps SPARTE a une influence sur :

- **la précision du calcul de la trajectoire des particules** car la vitesse du gaz pour le calcul de la force de traînée est uniquement évaluée au point où se trouve la particule au début du pas de temps et la trajectoire est supposée rectiligne pendant un pas de temps → règle heuristique : choisir Δt_{SPARTE} de sorte qu'en moyenne une particule mette 2 pas de temps pour traverser une cellule.
- **la précision du calcul des termes source.** A chaque pas de temps, la contribution d'une particule numérique n'est affectée qu'à la cellule dans laquelle elle se trouvait au début du pas de temps → même conséquence sur le choix de Δt_{SPARTE} .
- **la durée totale du calcul !** → il faut maximiser Δt_{SPARTE} → compromis précision / temps calcul → étude de sensibilité à faire sur quelques cas de référence typiques des applications à traiter.

Préconisations

Comment choisir le cycle CEDRE ?

1^{er} Cas : Calcul avec la méthode instationnaire.

Dans ce cas, la durée du cycle CEDRE a une influence sur :

- **la précision du calcul des termes source.** Les termes sources associés à une cellule sont évalués en faisant la moyenne de toutes les contributions des particules ayant “séjourné” dans la cellule pendant le cycle considéré → Forte influence si le nombre moyen de particules numériques / cellule est faible.
- **la robustesse du couplage CHARME – SPARTE.** Quand Δt_{CEDRE} augmente, le risque d'instabilité est plus grand. Il est conseillé alors de diminuer la valeur du paramètre de relaxation ω .
- **la précision du calcul des débits de sous-limites (fichier histo_sl_sparte) :** les débits

Si phénomène instationnaire, toujours vérifier que : $\Delta t_{\text{CEDRE}} / \omega \ll \text{échelle de temps caractéristique phénomène instationnaire (période d'oscillation,...)}$

Préconisations

Comment choisir le cycle CEDRE ?

2nd Cas : Calcul avec la méthode stationnaire.

Dans ce cas. La durée du cycle n'a aucune influence sur le déroulement du calcul SPARTE. Il faut considérer deux sous-cas :

- **en mode one-way coupling**, elle peut être choisie arbitrairement petite (mais non nulle !), à condition que le calcul démarre à partir d'un fichier de reprise contenant la solution stationnaire pour la phase gazeuse.
- **en mode two-way coupling**, elle doit être choisie de l'ordre du temps nécessaire à la phase gazeuse pour converger vers un nouvel état stationnaire à la fin de chaque cycle CEDRE. Le temps total du calcul doit être un multiple de la durée du cycle CEDRE.

Numerical simulation

• Computation domain

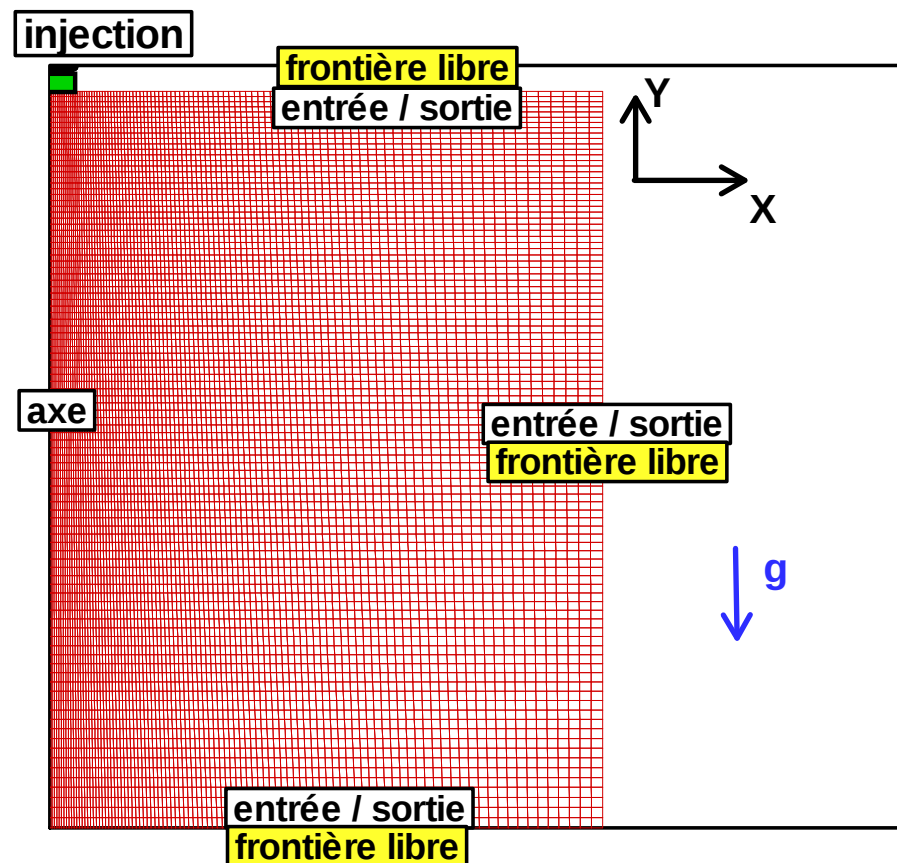
➤ 2D axisymetrical grid 200x150 points (20cm x 15cm)

➤ $\Delta x_{\min} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

$\Delta x_{\max} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

$\Delta y_{\min} = 10^{-3} \text{ m}$

$\Delta y_{\max} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$



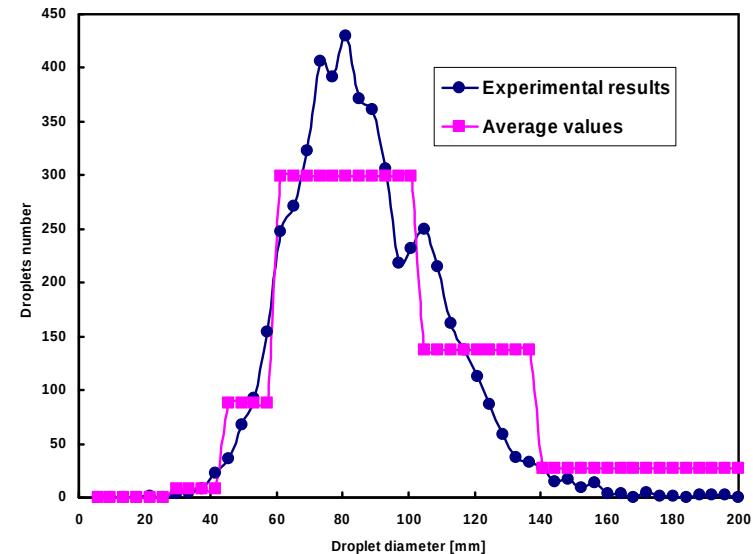
Boundary conditions for the injection

- **Injection conditions:**

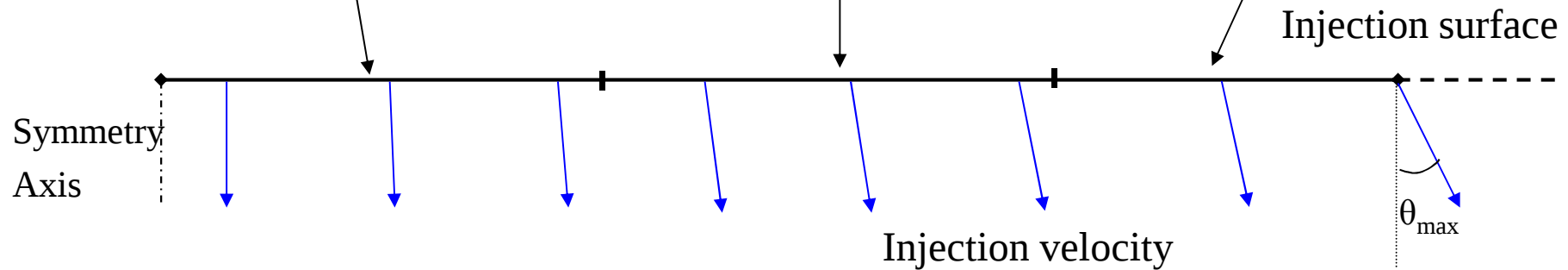
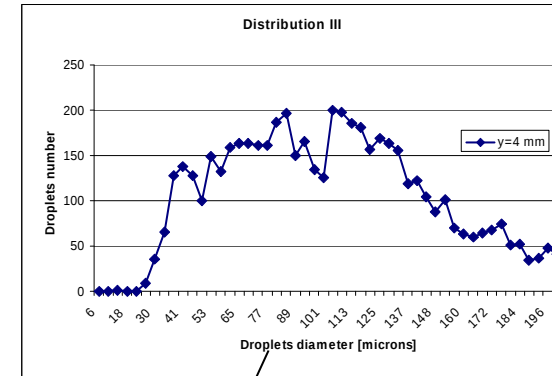
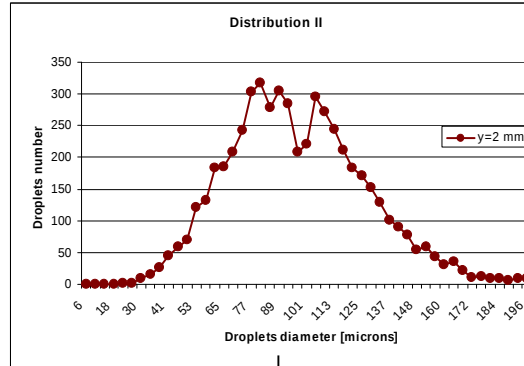
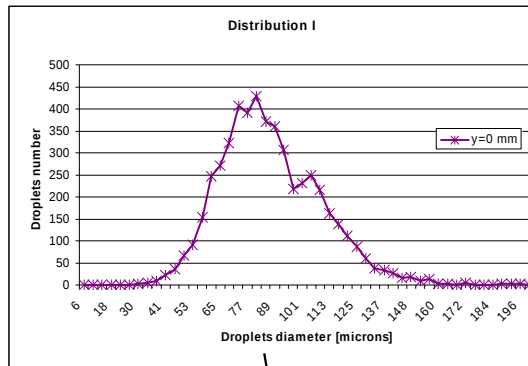
- Liquid : n-octane;
- Flow rate = 35 ml/mn;
- Temperature: 317.5 K.

- **Injection modelling**

- Description with 5 classes of diameters (at $Z=-5$ mm);
- Diameter balanced of the velocity;
- The injection area is divided by 25 intervals:
 - 1 injection point / class / interval;
 - randomly position of the injection point;
 - constant velocity for every class;
 - injection period = $2 \cdot 10^{-4}$ s;
 - mass flow rate conservation.

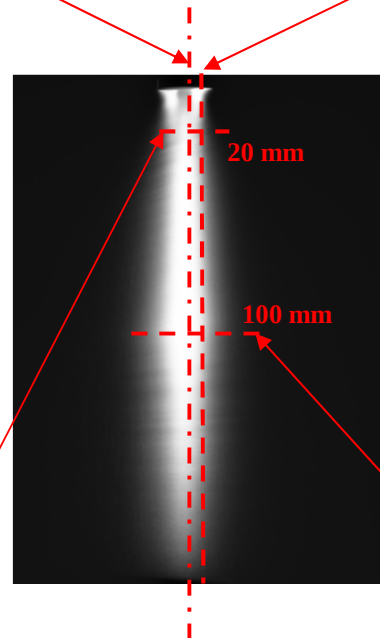
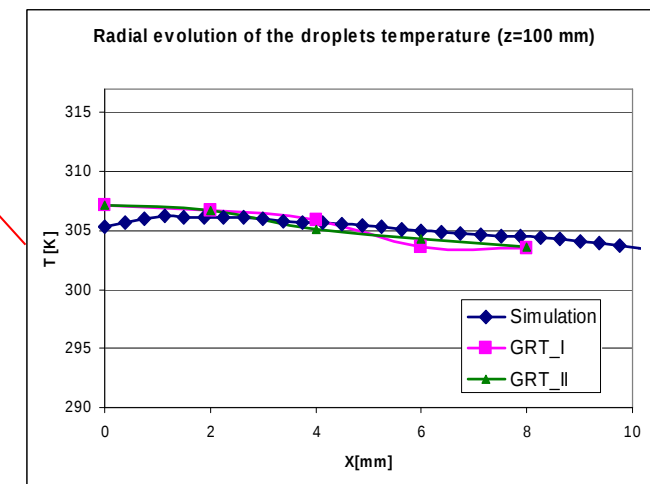
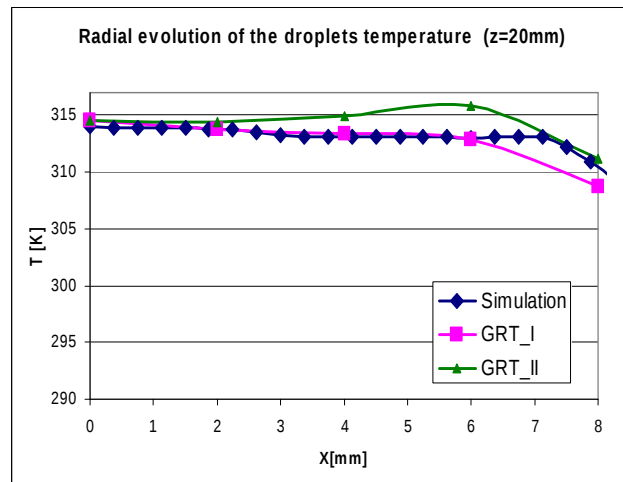
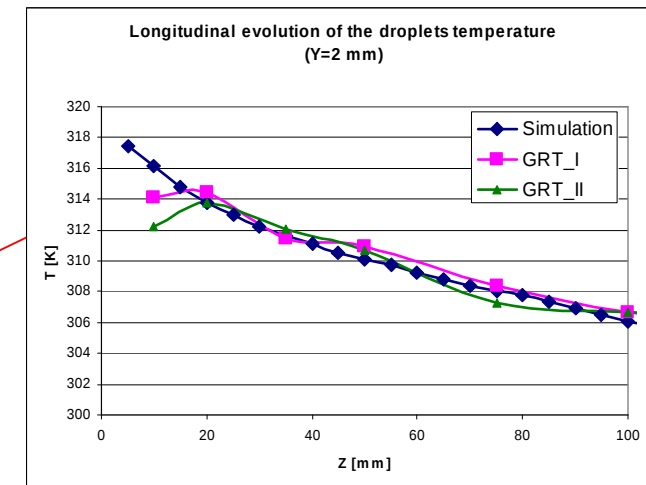
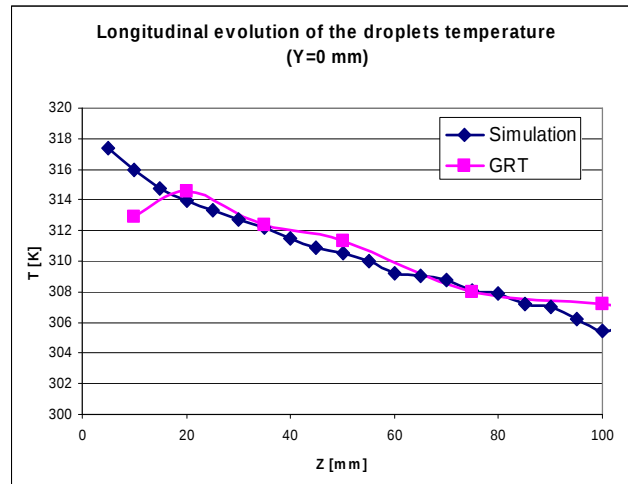


Size distribution

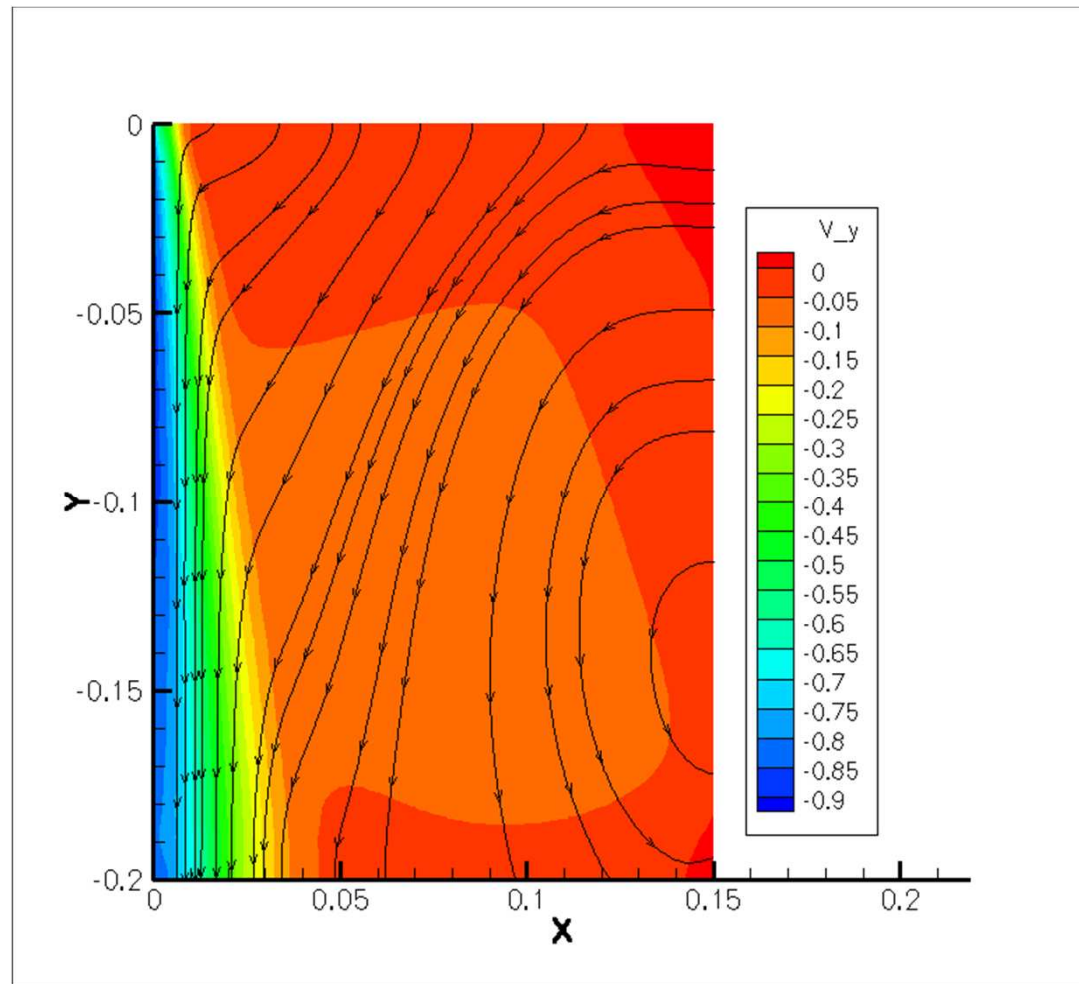


- Expansion spray angle: $\theta_{\max}=10^\circ$ (from experimental measures)

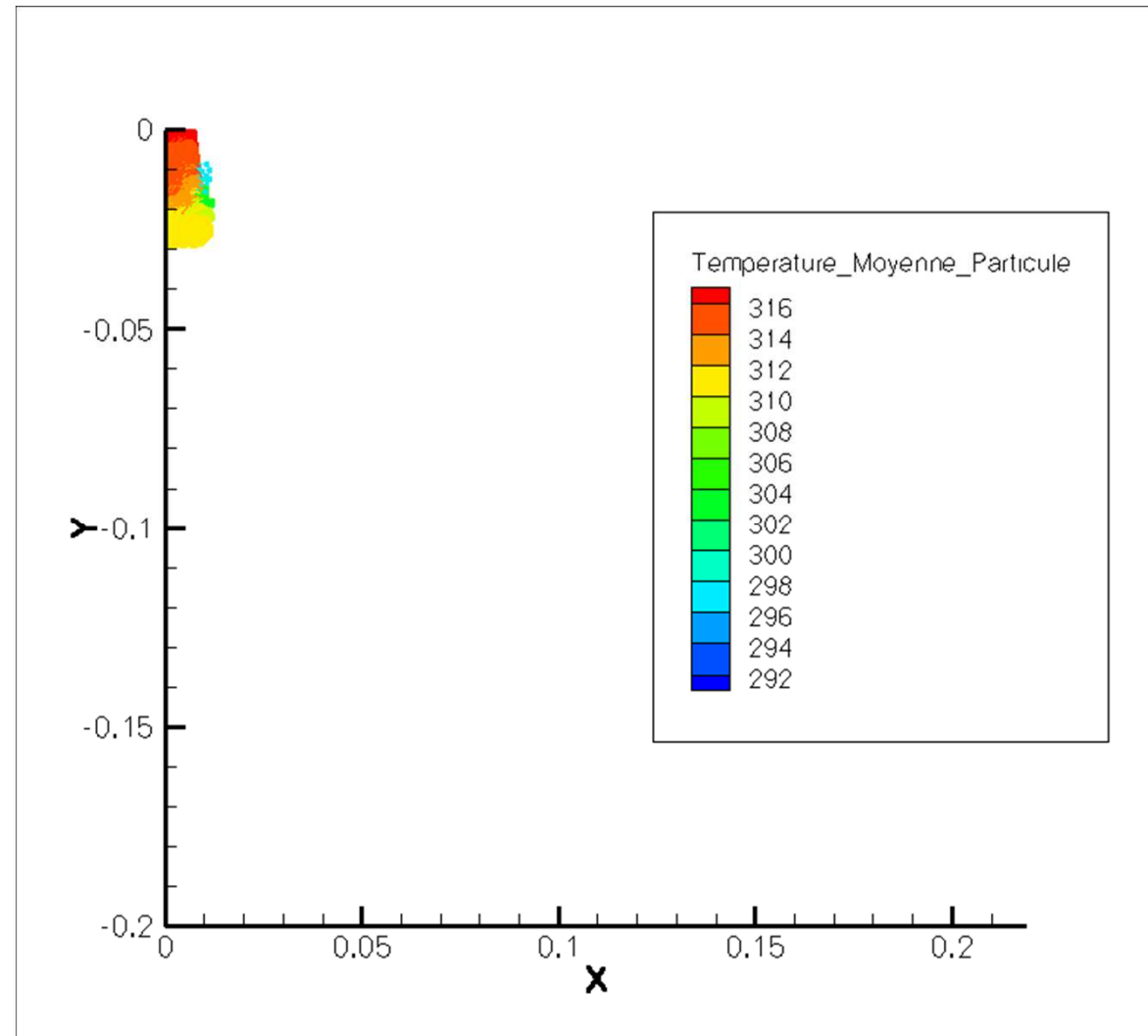
Results - temperature



Streamlines of the gas phase



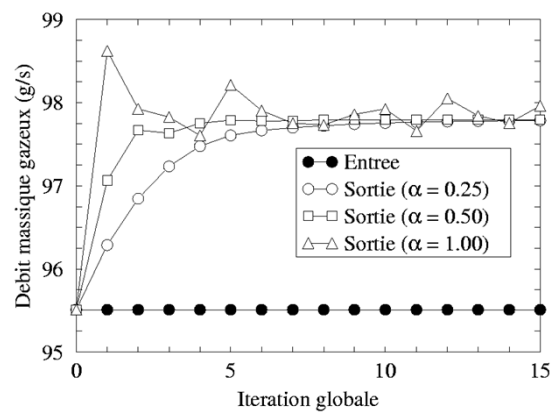
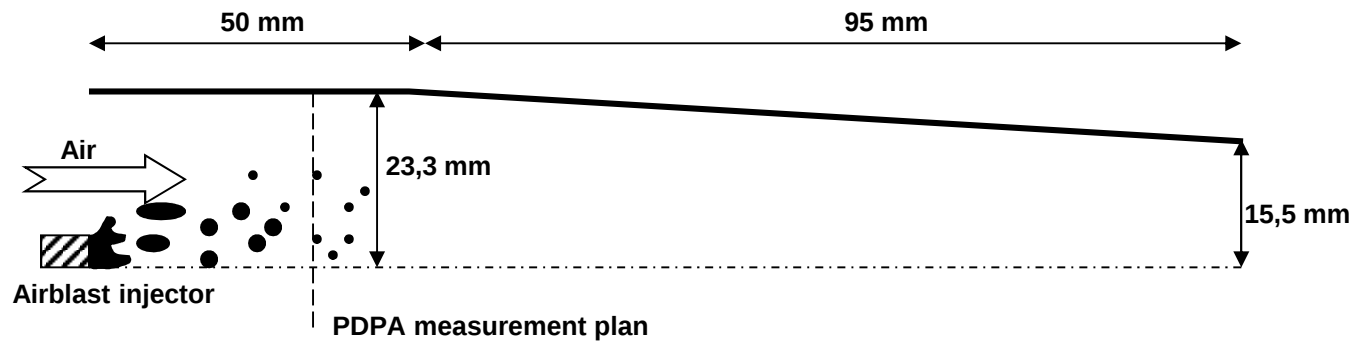
Numerical simulation of the spray formation



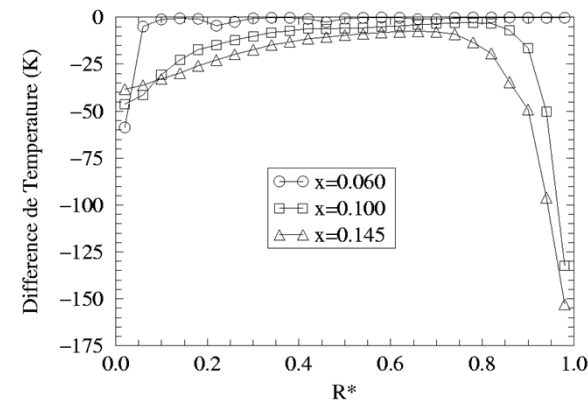
LPP module, simple configuration

LPP numerical simulation

Two phase flow simulation in a LPP duct

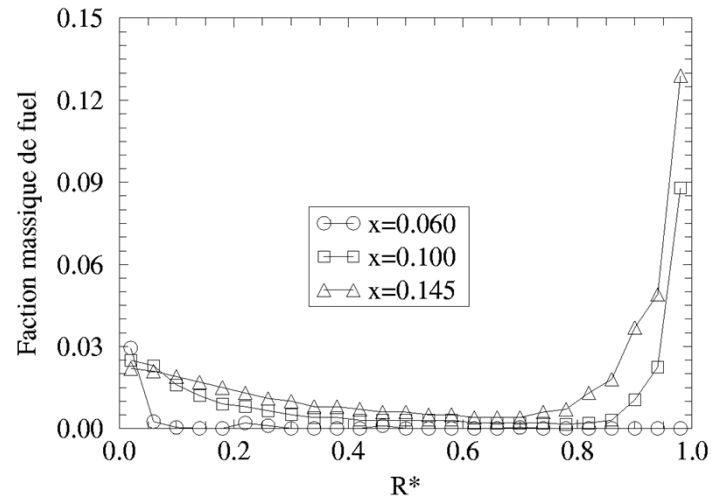


Air flow rate convergence



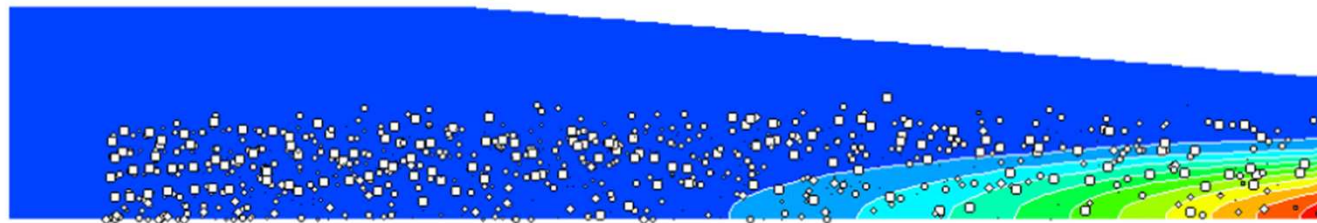
Temperature difference with and without two way coupling

LPP numerical simulation



Two phase flow simulation in a LPP duct

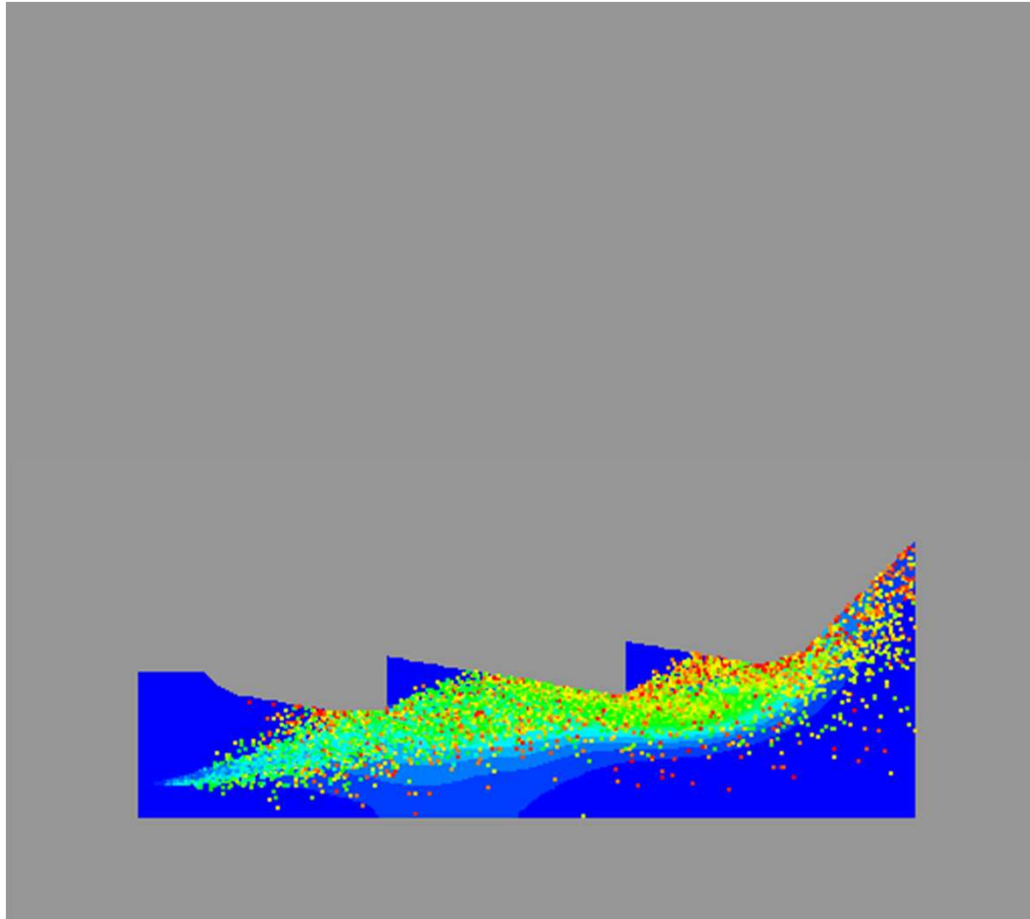
Two way coupling, spatial repartition of the vapour mass fraction



Two-phase flow computation in a simplified LPP – burned gas mass fraction and fuel drop locations

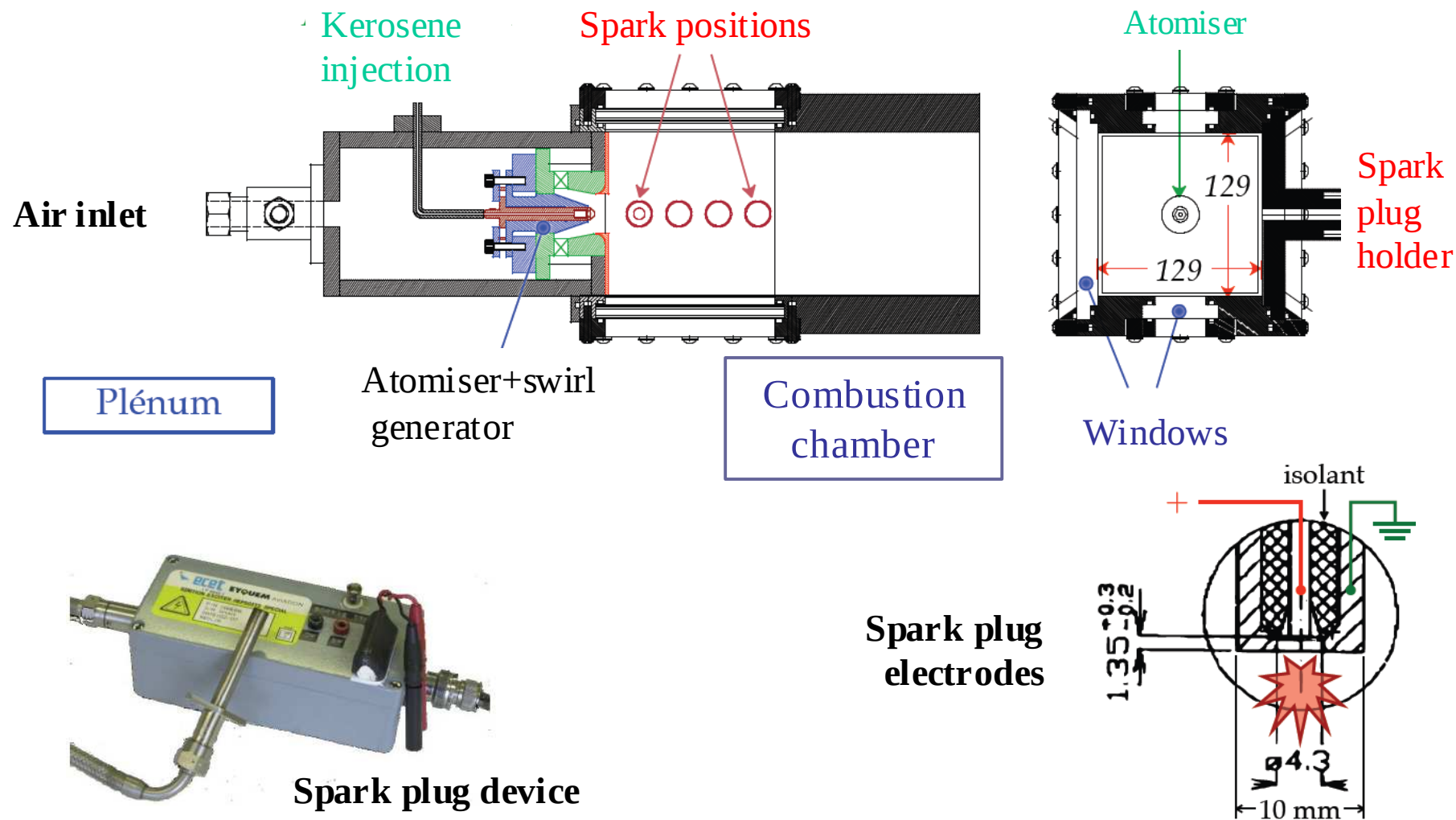
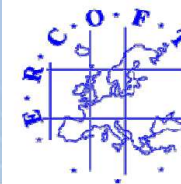
LPP module with several air inlets

LPP numerical simulation



Spray ignition in a rectangular sector (MERCATO test bench)

MERCATO test rig

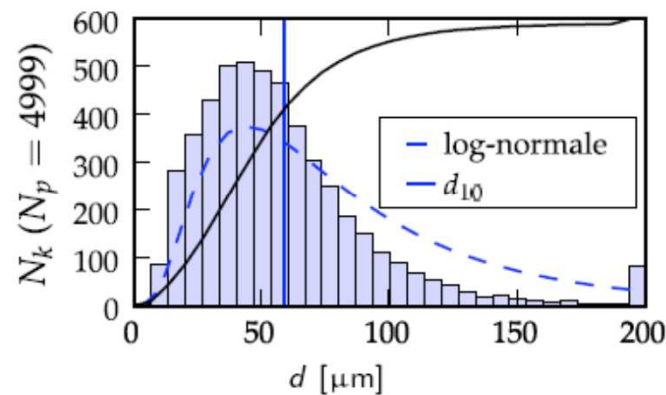


Droplets injection model

Simulation numérique — Injection de particules

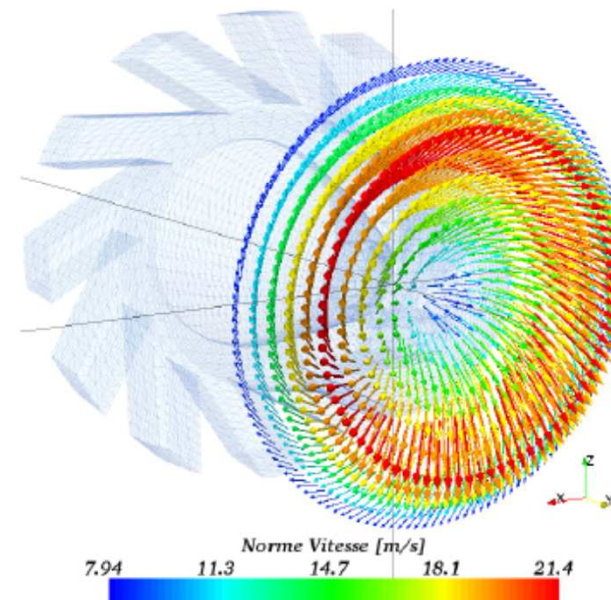
Conditions initiales CEDRE/SPARTE : Extrapolation des mesures P.D.A.

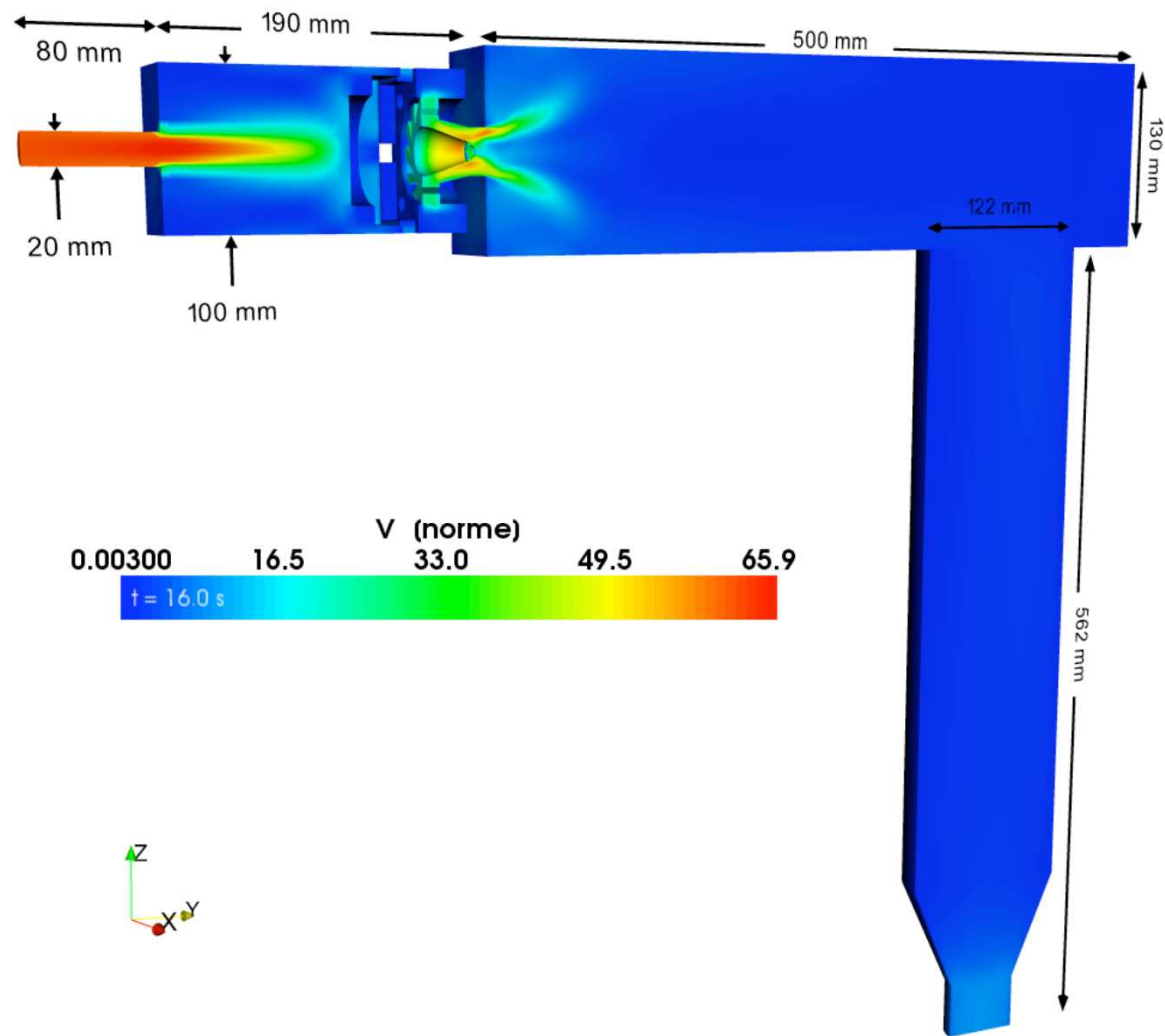
Mesure PDA à $y = 9$ mm



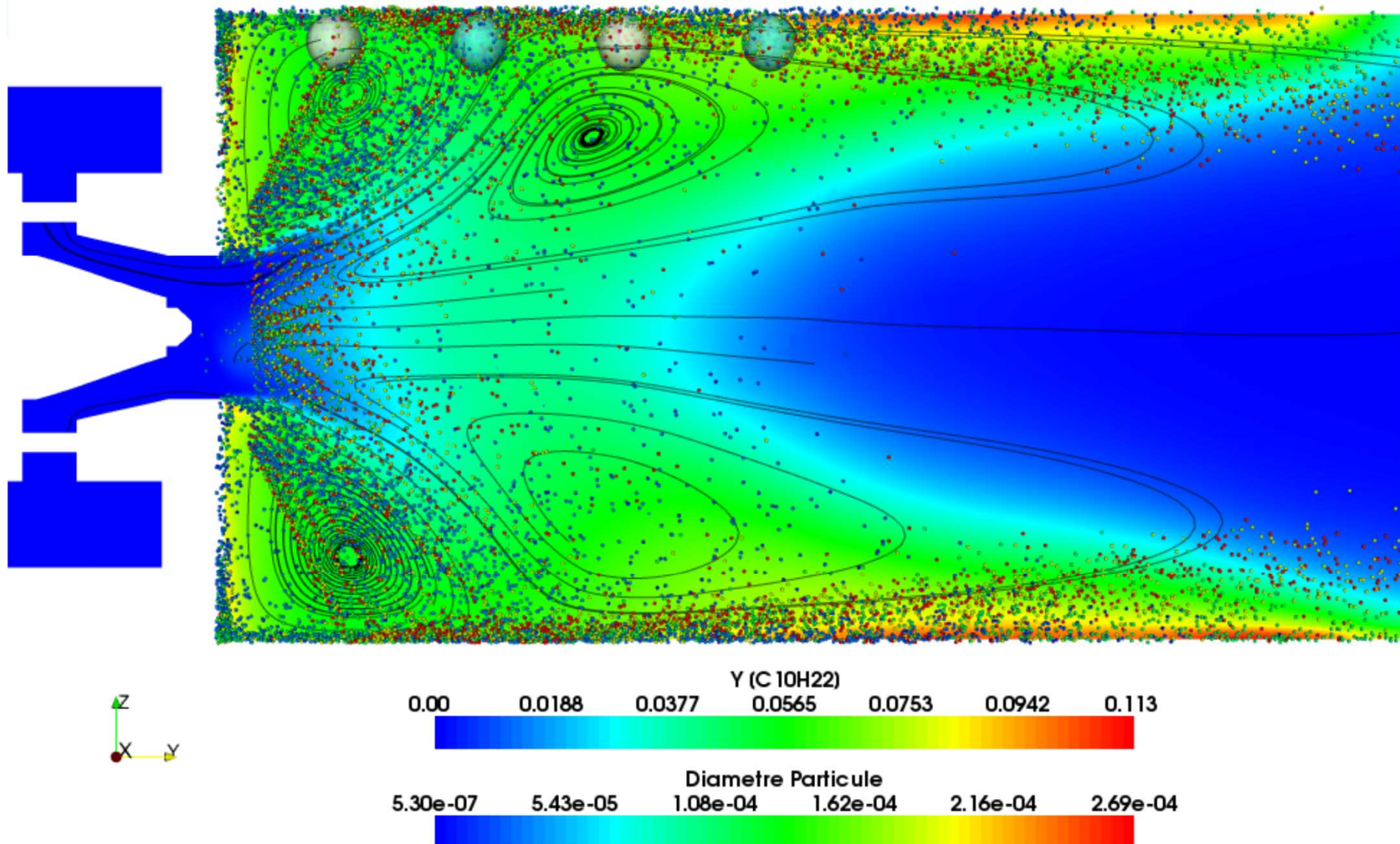
- Symétrie cylindrique
- Distribution spatiale uniforme
- Distribution log-normale de tailles (d_{10} , d_{32})

Injecteur SPARTE (3D)

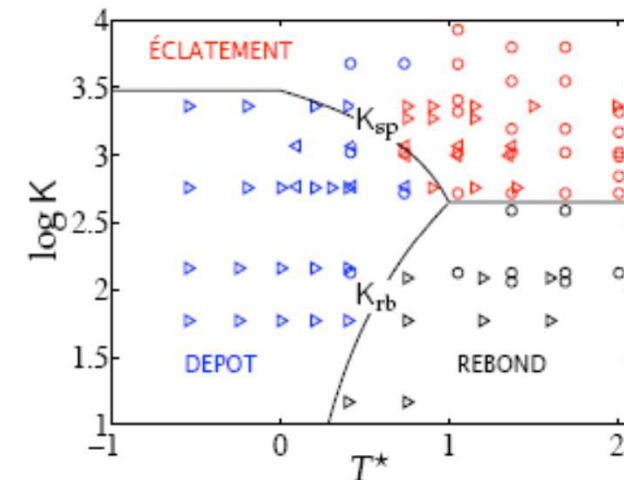
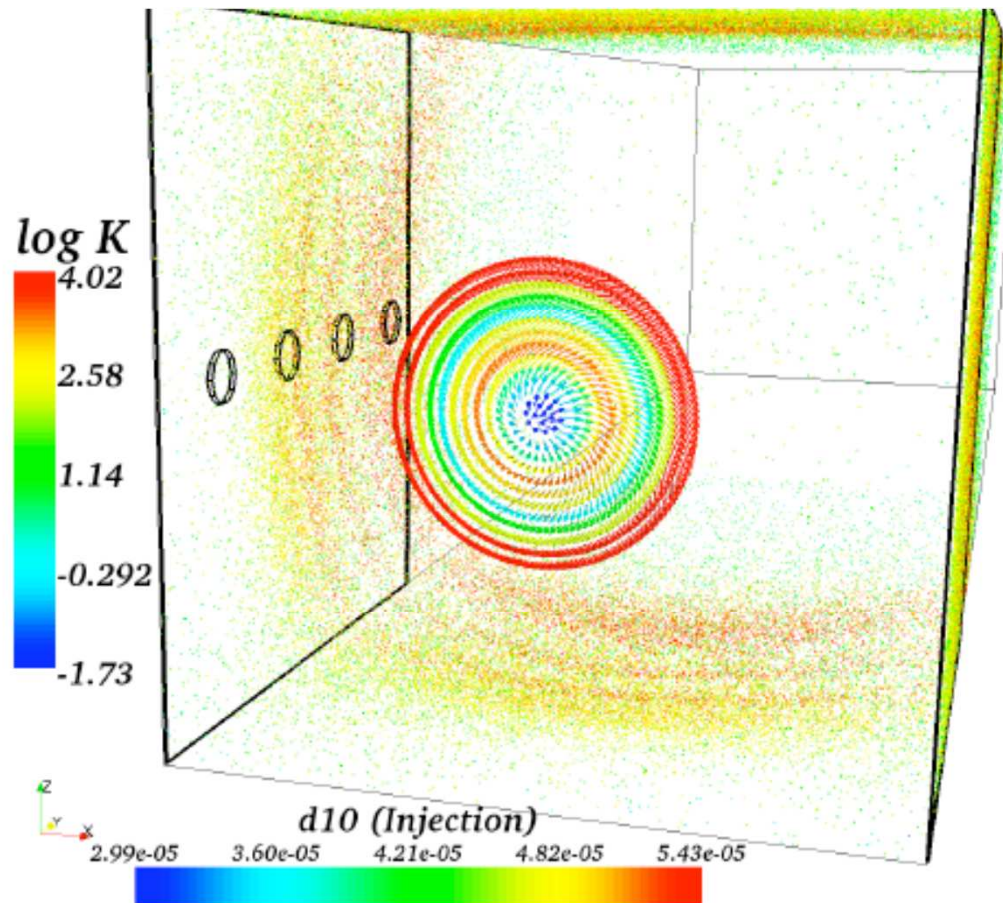




Two phase flows computation



Droplets-wall interaction on MERRCATO combustor

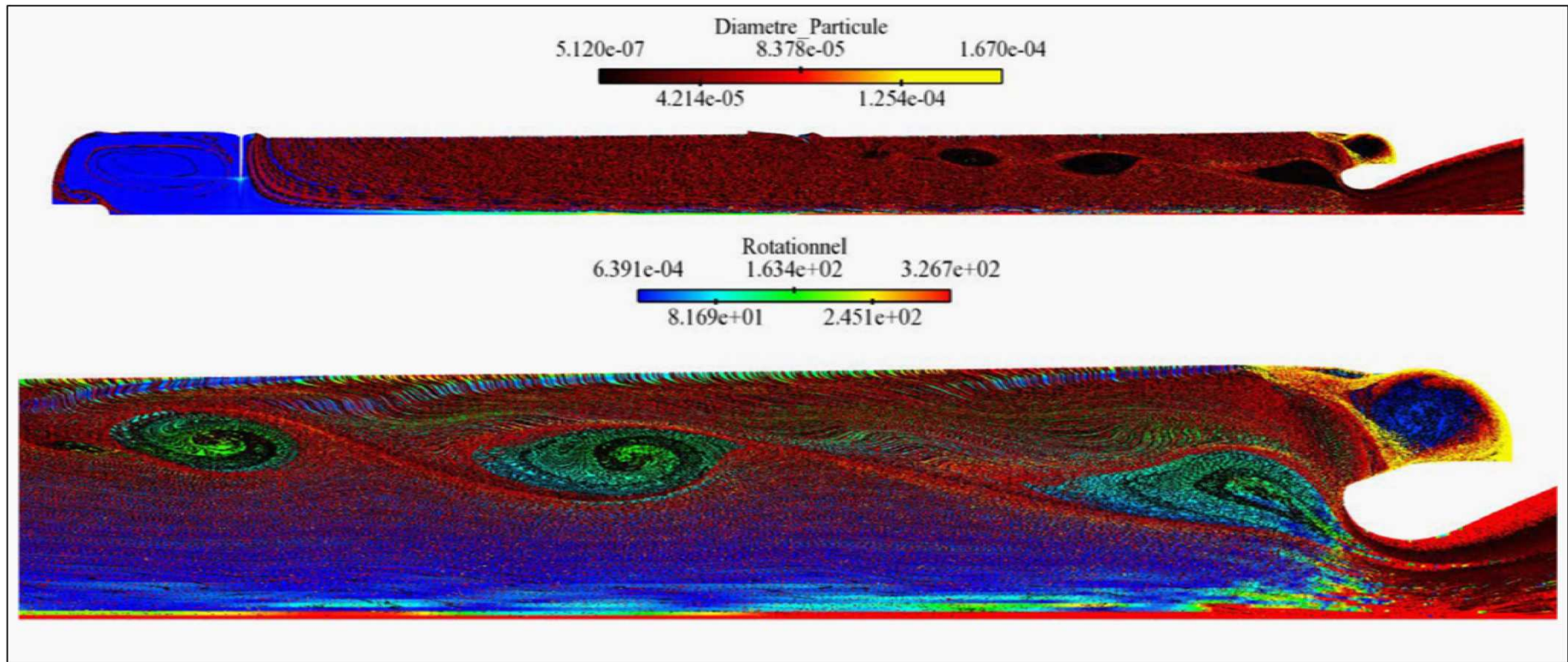


$$K = We \cdot Oh^{-0,4}$$

$$T^* = \frac{T_w - T_{eb}}{T_L - T_{eb}}$$

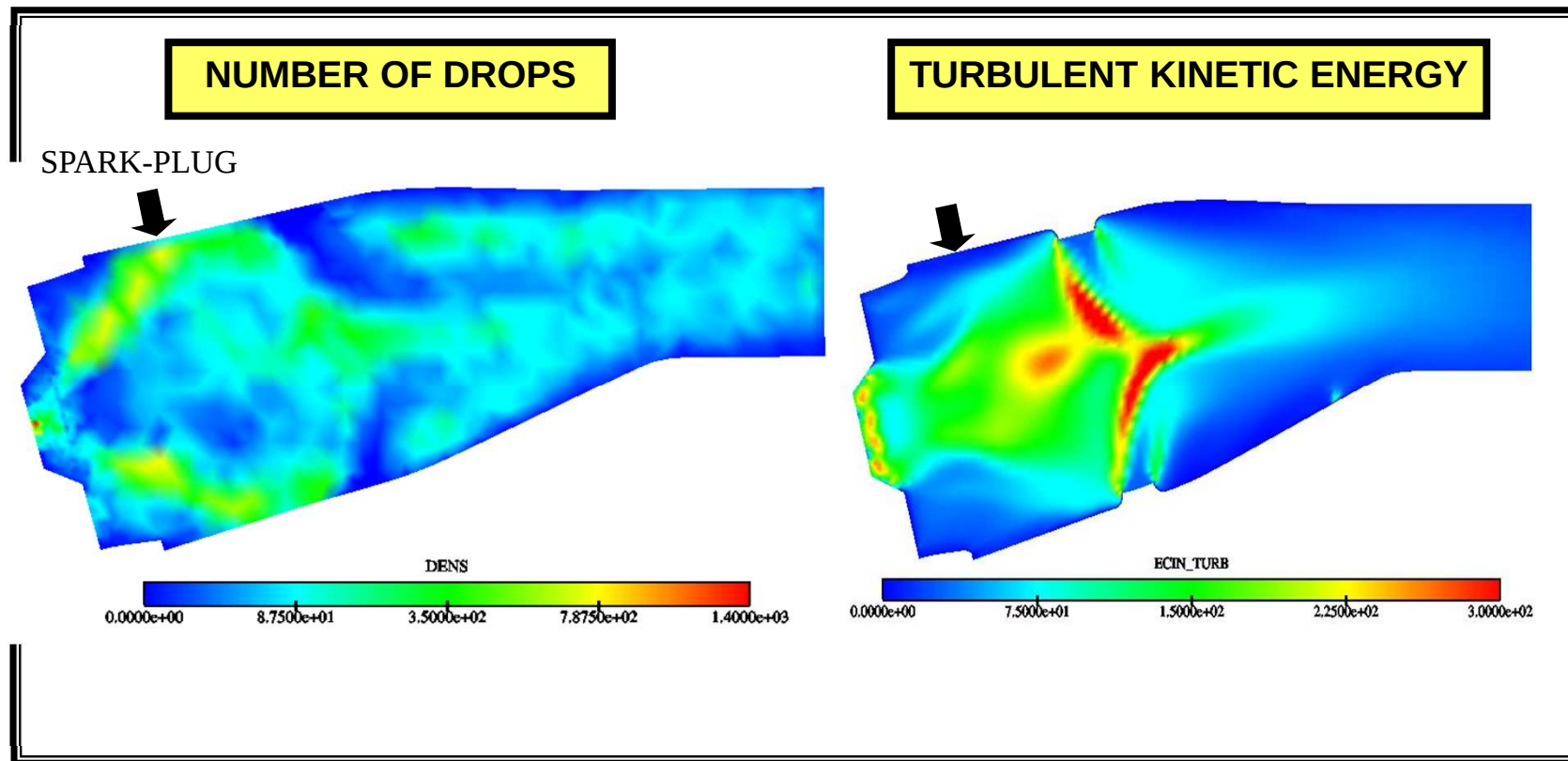
$$\leftarrow T^* < 0$$

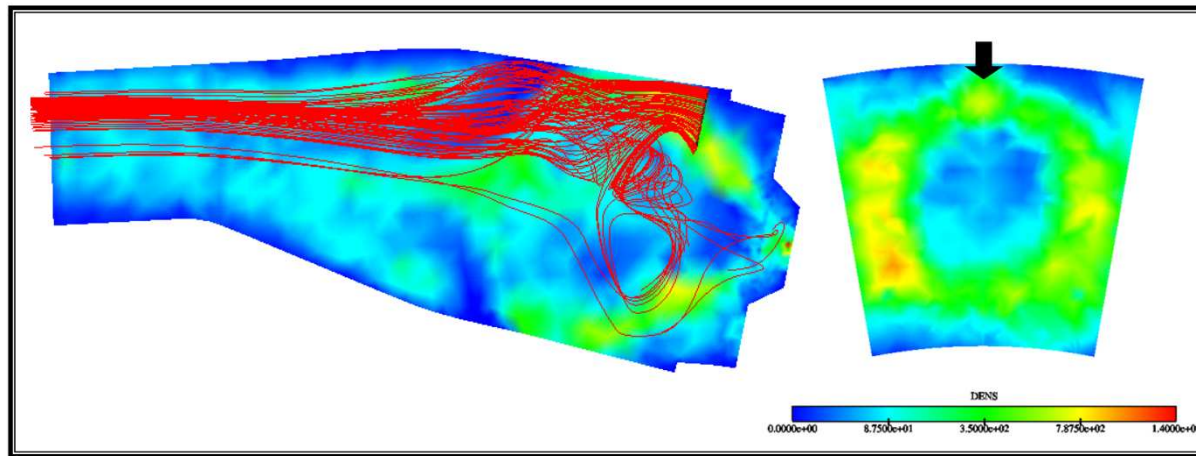
Ariane 5 computations



A real combustion chamber

Numerical Simulation of the Internal Tow Phase Flow Inside a Turbojet Combustion Chamber





3D Computation of a reactive two phase flow inside a real combustion chamber

PRECCINSTA burner (LES approach, CEDRE ONERA code)

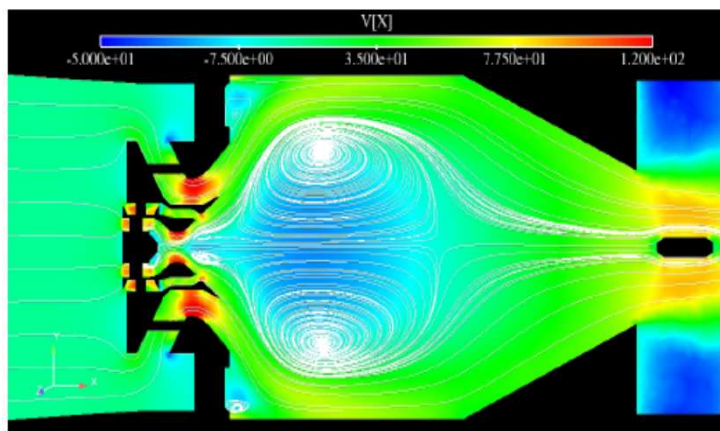


Figure 12a : RANS
(Velocity Field)

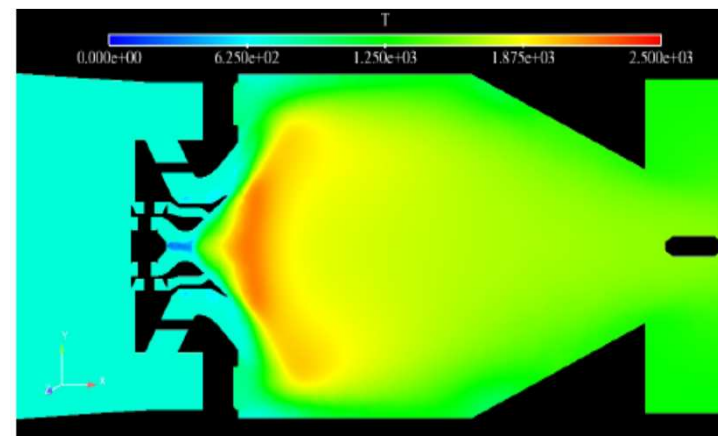


Figure 13a : RANS
(Temperature Field)

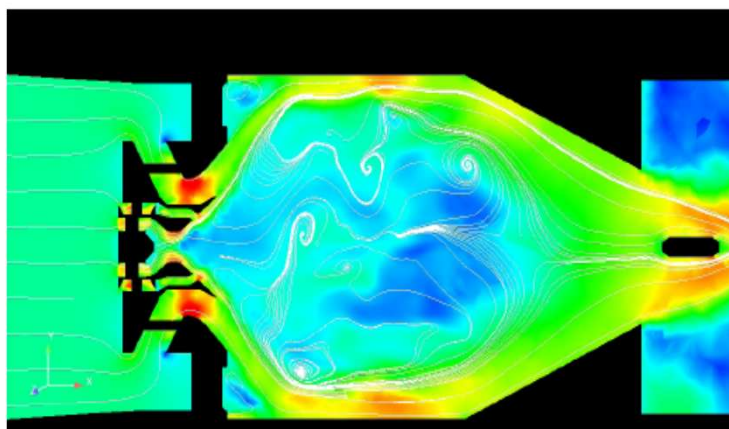


Figure 12b : LES (Unsteady
Velocity Field)

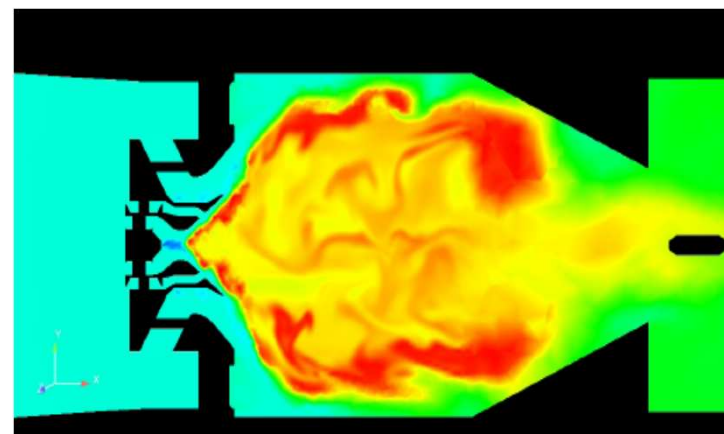


Figure 13b : LES (Unsteady
Temperature Field)